

## අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උ/පෙළ) විභාගය

### සංයුක්ත ගණිතය - I

13 ශ්‍රේණිය

කාලය විනාඩි 45 යි.

#### A කොටස

- A කොටසේ ප්‍රශ්න සියල්ලටම හා B කොටසින් ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

(01)  $7 + 77 + 777 + \dots$  පද  $n$  හි ඵෙකාස සොයන්න.

(02)  $x + 4x + 7x + (3n - 2)x = \frac{1}{2}n(3n - 1)x$  යන්න ගණිත අනුපාතයෙන් සියළු ධන නිඛිල සඳහා පෙන්වන්න.

(03)  $\alpha, \beta$  යනු  $ax^2 + bx + c = 0$  හි මූල නම්,  $\alpha^2 + \beta^2, \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2}$  මූල වන වර්ගජ සමීකරණය සොයන්න.

(04)  $\tan^2 \alpha + \sec \alpha - 1 = 0, 0 < \alpha < 2\pi$  හි සාධාරණ විසඳුම් ලබාගන්න.

(05)  $\cos 36^\circ = \frac{\sqrt{5} + 1}{4}$  බව සාධනය කරන්න.

(06)  $\frac{\cos A}{1 - \sin A} = \tan \left( 45^\circ + \frac{A}{2} \right)$  බව පෙන්වන්න.

(07)  $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 9) \left( \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x-3} \right)$  අගය සොයන්න.

(08)  $y = x + \frac{1}{x}$  නම් එවිට  $x^2 \frac{dy}{dx} = xy - 2$  බව පෙන්වන්න.

(09)  $2x - y - 5 = 0$ ,  $3x - y - 6 = 0$  හා  $4x - y - 7 = 0$  යන සරල රේඛා එකම ලක්ෂ්‍යයක් හරහා යන බව පෙන්වන්න.

(10)  $\log_3 x - 4\log_x 3 + 3 = 0$  විසඳන්න.

### B කොටස

11. (a)  $kx^2 + (k+1)x - (k+2) = 0$  සමීකරණයේ මූල  $\alpha$  හා  $\beta$  වේ.  $\alpha + \beta = \frac{-4}{3}$  බව දී ඇත්නම්  $k$ ,  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ ,  $\alpha^2 + \beta^2$  යන්න සොයන්න.

(b)  $\alpha^2$  හා  $\beta^2$  මූල ලෙස ඇති සමීකරණය ද සොයන්න.

(c)  $x^2 - 3x > 3$  අසමානතාව විසඳන්න.

(d)  $|2x+1| < 2|x| + x$  අසමානතාව ප්‍රස්තාරිකව විසඳන්න.

12. (a)  $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x^{3/2} - 27}{x - 9}$  සොයන්න.

(b) ප්‍රමුල ධර්ම ඇසුරෙන්  $y = \frac{1}{x^2}$  හි අවකලන සංගුණකය ලබා ගන්න.

(c)  $y = \sqrt{2x^3 - 5}$  නම්  $\frac{dy}{dx}$  හා  $\frac{d^2y}{dx^2}$  සොයන්න.

(d)  $x = 1 - 3t^3$ ,  $y = 1 - 3t^2$  නම්  $\frac{dy}{dx}$  හා  $\frac{d^2y}{dx^2}$  සොයන්න.

---

13. (a)  $4^x = 25$  විසඳන්න.

(b)  $\tan 105^\circ$  හි අගය සොයන්න.

(c)  $\sin 2x + \sin 4x - \sin 6x = 0$  විසඳන්න.

(d)  $3\cos x + 4\sin x, r > 0$  වන,  $r \cos(x - \alpha)$  ආකාරයට ප්‍රකාශකර එනසින්  $3\cos x + 4\sin x = 2.5$  සමීකරණය විසඳන්න.

---

14. (a)  $\frac{x^3 - 4x - 5}{x^2 - x - 6}$  යන්න හින්න භාග ඇසුරෙන් දක්වන්න.

(b)  $x^3 - 7x^2 + 7x + 15$  හි සාධක සොයන්න.

(c)  $g$  ශ්‍රිතය පහත සඳහන් ආකාරයට අර්ථ දැක්වේ.

$$g : x \mapsto 2x + 3; x \in \mathbb{R}, g(x+5), g(x^2+5) \text{ හා } g\left(\frac{1}{x}\right) \text{ යන මේවා සොයන්න.}$$

(d)  $\frac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2} + -\sqrt{3}}$  හි හරය පරිමේය කරන්න.

---

15. (a)  $10^h + 3.4^{n+2} + 5; n \in \mathbb{N}$  යන්න 9 න් බෙදෙන බව සාධනය කරන්න.

(b) 1.7777 ..... සමාවර්ත දශම සංඛ්‍යාව පරිමේය කරන්න.

(c)  $\sqrt{x+8} - \sqrt{x+3} = \sqrt{2x-1}$  විසඳන්න.

(d)  $3x^4 - 4x^3 - 14x^2 - 4x + 3 = 0$  විසඳන්න.

---

---

16. (a)  $x + 3y - 2 = 0$  සහ  $2x - y + 4 = 0$  සරල රේඛාවල ඡේදන ලක්ෂ්‍යය හරහා  $(-1, 1)$  යටින් හරහා ද යන සරල රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

(b) ABCD රොම්බසයේ AB පාදය  $x - y + 1 = 0$  මත ද BC පාදය  $2x + y - 7 = 0$  මත ද පිහිටා ඇති අතර

විකර්ණ වල ඡේදන ලක්ෂ්‍ය E  $\left(\frac{1}{4}, \frac{-1}{2}\right)$  වේ. රොම්බසයේ විකර්ණවල ද, ඉතිරි පාද වල ද සමීකරණය සොයන්න.

---

17. P නම් විචලය ලක්ෂ්‍යක සිට  $S = x^2 + y^2 + 2x + 4y + 1 = 0$  වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශ ජ්‍යාය හැම විටම Q  $(2, -3)$  ලක්ෂ්‍යය හරහා යයි නම්, හි පථය  $3x - y - 3 = 0$  සරල රේඛාව බව පෙන්වන්න.

(a) P හි පථය  $3x - y - 3 = 0$  සරල රේඛාව බව පෙන්වන්න.

(b)  $S = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 2 = 0$  වෘත්තය හා  $l = x + y - 1 = 0$  සරල රේඛාවේ ඡේදන ලක්ෂ්‍යය හරහා යන අරය ඒකක  $2\sqrt{2}$  ක් වූ වෘත්ත වල සමීකරණ සොයන්න.

## අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උ/පෙළ) විභාගය

### සංයුක්ත ගණිතය - II

13 ශ්‍රේණිය

කාලය ජෛ 03 යි.

- A කොටසින් සියලුම ප්‍රශ්නවලට සහ B කොටසින් ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

#### A කොටස

01. ABCDEF සවිධි ඡඩ්‍රයේ  $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}, \vec{AE}, \vec{AF}$  පාද ඔස්සේ එම දෛශිකවලින් දැක්වෙන දිශා ඔස්සේ  $2N, \sqrt{3}N, 5N, \sqrt{3}N, 2N$  යන බල ක්‍රියා කරයි. සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වය සහ දිශාව සොයන්න.

02. ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයක AB, BC සහ CA පාද ඔස්සේ පිළිවෙලින්  $3P, 7P$  සහ  $5P$  බල ක්‍රියා කරයි. සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ ක්‍රියාරේඛාව මගින් BC පාදය හමුවන ලක්ෂ්‍යය සොයන්න.

03.  $(o, a)$   $(a, o)$  සහ  $(a, a)$  ලක්ෂ්‍යවලදී පිළිවෙලින්  $p, -(1 + b)p$  සහ  $bp$  යන සමාන්තර බල ක්‍රියා කරයි. එක් එක් බලය X අක්ෂයේ ධන දිශාව සමඟ  $\theta$  කෝණයක් සාදයි. බල පද්ධතිය බල යුග්ලයකට තුල්‍ය වන බව පෙන්වා බල යුග්ලයේ සුරැණයේ විශාලත්වය  $p, a, b, \theta$  මගින් සොයන්න.

04. අංශුවක්  $21ms^{-1}$  ප්‍රවේගයෙන් සිරස් ලෙස ඉහළට ගුරුත්වය යටතේ ප්‍රක්ෂේප කරයි. ප්‍රක්ෂේප ලක්ෂ්‍යයේ සිට  $280m$  දුරක් පහළින් A ලක්ෂ්‍යයක් පසුකර ගමන් කිරීමට ගතවන කාලය සොයන්න. ( $g = 9.8ms^{-2}$ )

05. O ලක්ෂ්‍යයක සිට  $20ms^{-1}$  ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරන ලද අංශුවක් O සිට  $16m$  තිරස් දුරකින් ද  $7m$  සිරස් උසකින් ද පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් තුළින් යයි. ප්‍රක්ෂේපණ කෝණයට තිබිය හැකි  $\tan$  අගයන් සොයන්න.

06. දිග  $2a$  ද බර  $w$  ද වන AB ඒකාකාර ඉනිමගක A කෙළවර රළු තිරස් බිම් තලයක ද B කෙළවර රළු සිරස් බිත්තියක ද ගැටෙමින් සීමාකාරී සමතුලිතතාවේ තිබෙන්නේ  $\theta$  තිරසර කෝණයකින් ආනතවය. කෙළවර දෙකෙහිම සර්ඡණ සංගුණකය  $\frac{1}{3}$  නම්  $\tan \theta = \frac{4}{3}$  බව පෙන්වන්න.

07.  $8\text{ms}^{-1}$  වේගයෙන් උතුරු දෙසට යන සයිකල් කරුවෙකුට  $4\text{ms}^{-1}$  වේගයෙන් උතුරින්  $60^\circ$  ක් නැගෙනහිරින් වූ දිශාවෙන් සුළං හමන්නාසේ දූනේ. සුළගේ සත්‍ය ප්‍රවේගය සොයන්න.

08. ස්කන්ධය  $800\text{kg}$  වන මෝටර් රථයක් සම බිමේ ගමන් කරන විට යෙදෙන ප්‍රතිරෝධය කිලෝග්‍රෑම් එකකට නිවුටන්  $0.5$  කි. එන්ජිමේ ජවය  $4\text{kw}$  නම්,

(i) වේගය  $8\text{ms}^{-1}$  විට රථයේ ත්වරණය.

(ii) රථයේ උපරිම වේගය සොයන්න.

09. සෘජු මගක් දිගේ  $12\text{ms}^{-1}$  වේගයෙන් චලනය වන **A** පාපැදිකරුවෙක් **X** ලක්ෂ්‍යයකදී  $8\text{ms}^{-1}$  වේගයෙන් චලනය වන **B** පාපැදි කරුවෙක් පසුකර යයි. ඉක්බිති **B** පාපැදි කරුවා ඔහුගේ වේගය ඒකාකාර ත්වරණයකින් වැඩිකර තත්පර  $10$  කට පසු **Y** ලක්ෂ්‍යයකදී **A** පසු කරයි. ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාරය ඇඳ මේවා සොයන්න.

(i) **Y** හිදී **B** ගේ ප්‍රවේගය

(ii) **XY** දුර

(iii) **B** ගේ ත්වරණය

10. ස්කන්ධ පිලිවෙලින්  $3\text{kg}$  හා  $2\text{kg}$  වන **A** හා **B** අංශු දෙකක් සැහැල්ලු අවිනන්‍ය තන්තුවකින් සම්බන්ධ කර තන්තුව නොඇදී තිබෙන සේ සුමට තිරස් තලයක් මත තබා තිබේ. **B** අංශුව දැන් **A** ගෙන් ඇත් වන සේ  $5\text{ms}^{-1}$  ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. තන්තුව තද වූ පසු එක් එක් අංශුවේ ප්‍රවේගය ද තන්තුවේ ආවේගී ආතතියද සොයන්න.

### **B කොටස**

11. (i) ලක්ෂ්‍යයක් මත ක්‍රියා කරන  $\sqrt{3}P$ ,  $4P$ ,  $2\sqrt{3}P$ ,  $3\sqrt{3}P$  හා  $6P$  වූ ඒකතල බල පද්ධතියක් **PQRSTU** සමාකාර ඡඩ්‍රයේ පිලිවෙලින්  $\vec{QP}$ ,  $\vec{PR}$ ,  $\vec{SR}$ ,  $\vec{PT}$  හා  $\vec{UP}$  පාද ඔස්සේ ක්‍රියා කෙරේ. මෙම බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය, දිශාව හා ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

(ii) **W** බර ඒකාකාර දණ්ඩක් එක් කෙළවරක් අසවි කර අනෙක් කෙළවර ලුහු අවිනන්‍ය තන්තුවකින් දරා සිටී. දණ්ඩ ද තන්තුව ද තිරසර  $30^\circ$  එකම කෝණයකින් ආනතය. අසවිවේ ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

12. සරල මාර්ගයක චලිත  $X$  වන මෝටර් රථයක්  $A$  ලක්ෂ්‍යයක් නියත ත්වරණයකින් චලිත වෙමින්  $15\text{kmh}^{-1}$  ප්‍රවේගයෙන් පසු කරයි.  $500\text{m}$  ක් චලිත වූ පසු  $V\text{ kmh}^{-1}$  ප්‍රවේගයට පත්වේ. ඉන්පසු එම නියත ප්‍රවේගයෙන් චලිතවේ. තත්පර  $10$  කට පසු  $Y$  මෝටර් රථයක් එම මාර්ගයේ පළමු දිශාවේ නියත  $\text{ms}^{-2}$  නියත ත්වරණයකින් චලිත වෙමින්  $30\text{kmh}^{-1}$  ප්‍රවේගයෙන්  $A$  ලක්ෂ්‍යය පසු කරයි.  $Y$  රථය  $90\text{kmh}^{-1}$  ප්‍රවේගයට පැමිණි පසු එම නියත ප්‍රවේගයෙන් චලිත වේ.  $A$  සිට  $1\text{ km}$  දුරක් දුරකදී  $Y$  විසින්  $X$  පසු කරයි.  $Y$  විසින්  $X$  පසු කිරීමට  $A$  ලක්ෂ්‍යය,  $Y$  විසින් පසු කළ මොහොතේ සිට තත්පර  $80$  ක් ගන්නා බව පෙන්වන්න.

13. එක එකෙහි අරය  $a$  හා බර  $W$  වූ ඒකාකාර සුමට ගෝල  $2$  ක් එකිනෙක ස්පර්ශ කරමින් අරය  $b (>2a)$  වූ අවල සුමට අර්ධ ගෝලාකාර පාත්‍රයක ඇතුළත නිශ්චලව තිබේ. එක් ගෝලයක් මත ක්‍රියා කරන බල නිරූපණය කරමින් වෙනම රූප සටහනක බල ත්‍රිකෝණයක් ඇඳ ගෝල දෙක අතර ප්‍රතික්‍රියාව  $\frac{Wa}{\sqrt{b(b-2a)}}$  බව පෙන්වන්න.

14.  $AB, BC, CD, DA$  සමාන ඒකාකාර දඬු හතරක් නිදහස් ලෙස සන්ධි කර ඇත්තේ  $ABCD$  සමචතුරස්‍රයක් සෑදෙන පරිදිය. පද්ධතිය  $A$  ලක්ෂ්‍යයෙන් එල්ලා සමචතුරස්‍ර හැඩය පවත්වා ගන්නේ  $AB$  හිත්  $BC$  හිත් මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය යා කරන අවිනන්‍ය තන්තුවකිනි. එක් එක් දණ්ඩේ බර වේ.

(i)  $C$  හිදී ප්‍රතික්‍රියාව  $\sqrt{5w}$  බවත්,

(ii)  $D$  හිදී ප්‍රතික්‍රියාව තිරස් දිශාවකට  $\frac{w}{2}$  බවත්,

(iii) යා කරන තන්තුවේ ආතතිය  $4w$  බවත්,

(iv)  $B$  හිදී ප්‍රතික්‍රියාව  $\frac{\sqrt{17w}}{2}$  වූ සිරසට  $\tan^{-1}\left(\frac{1}{4}\right)$  ආනත බලයක් බවත් පෙන්වන්න.

15. තිරස් මේසයකට **C** හිදී සුවල ලෙස අසව් කරන ලද දිග **2a** වන සැහැල්ලු **BC** දණ්ඩකට **B** හිදී බර **w** ද දිග **2a** ද වන ඒකාකාර **AB** දණ්ඩක් සුවල ලෙස අසව් කර තිබේ. **AB** සිරස සමඟ  $\theta$  කෝණයක් සාදමින් ද **A** කෙළවර මේසය ස්පර්ශ කරමින් ද දඬු දෙක සිරස් තලයක ද පිහිටා තිබේ. **A** කෙළවර හා මේසය අතර ස්පර්ශ සංගුණකය  $\mu$  ය. සමතුලිතතාව සඳහා  $\tan \theta \leq 3\mu$  විය යුතු බව පෙන්වන්න.

16. **O** ලක්ෂ්‍යයෙන් තිරසර ආනතව **V** වේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කළ වස්තුවක උපරිම උස **h** වේ. **O** තුළින් සිරස් තලය මත පරාසය **R** වේ.  $16h^2 - 8V^2h + gR^2 = 0$  බව පෙන්වන්න. උපරිම උස සඳහා තාත්වික අගය වීමට අවශ්‍යතාවය සොයා එම අවස්ථා රූපයකින් පෙන්වන්න. එමඟින් තිරස් තලය හා උපරිම පරාසය ද අපෝහනය කරන්න.

17. (a) දෛශිකයක් සමාන කෝණ සාදන දිශා දෙකකට විභේදනය කළ විට විභේදන කොටස් වල විශාලත්වය සමාන බව පෙන්වන්න.

(b)  $a\mathbf{i} + \mathbf{j}$ ,  $2b\mathbf{i} + 3a\mathbf{j}$  සහ  $\mathbf{i} + b\mathbf{j}$  බලයන්ගේ සම්ප්‍රයුක්ත බලය  $-6\mathbf{i}$  වේ. **a** හා **b** අගයන් සොයන්න.

(2, 3) ලක්ෂ්‍යයේ දී ක්‍රියා කරන  $4\mathbf{j}$  බලයත් (6, 1) හි ක්‍රියා කරන **F** බලයත් සහ (3, 7) හි  $3\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$  බලයක් වේ. බල පද්ධතිය යුග්මයකට තුල්‍ය නම්,

(i) **F** සොයන්න.

(ii) යුග්මයේ විශාලත්වය සොයන්න.