සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි.
All Rights Reserved

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උ/පෙළ) විභාගය

සංයුක්ත ගණිතය - I

13 ශ්‍රේණිය

කාලය පැය 03 යි.

A කොටස

- ප්‍රශ්න සියල්ලටම පිළිතුරු සපයන්න.

(01) $x^8+2x^7+3x^3+px+q$ ශ්‍රිතය x^3+x-2 න් හරියටම බෙදේ නම් p, q සොයන්න.

(02) $3x^4-4x^3-14x^2-4x+3=0$ සමීකරණය විසඳන්න.

(03) $x^2-ax+b=0$ හා $ax^2+x-c=0$ යන සමීකරණවලට පොදු මූලයක් පැවතීම සඳහා අතර a, b, c අතර තිබිය යුතු සම්බන්ධය සොයන්න.

(04) λ යනු තාත්වික නියතයකි. $\dfrac{5-x}{\lambda} = \dfrac{\lambda}{x+7}$ සමීකරණයේ මූල තාත්වික වන්නා වූ λ වල පරාසය සොයන්න.

(05) ගණිත අභ්‍යුහනය මූලධර්මය භාවිතයෙන් $\sum_{r=1}^{n} r \cdot 2^{r-1} = 1+(n-1)\,2^n$ බව ඔප්පු කරන්න.

(06) m නියතනයක් විට, $y = \mathrm{Sin}\,\{m\,\mathrm{Sin}^{-1}x\}$

$(1-x^2)\dfrac{d^2y}{dx^2} - \dfrac{dy}{dx}x + m^2y = 0$ නම් බව පෙන්වන්න.

(07) $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ වේ. A, B, C ඒක රේඛීය නොවන විට ABC ත්‍රිකෝණයේ කේන්ද්‍රයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

(08) $2\tan^{-1}x+\tan^{-1}y = \dfrac{\pi}{2}$ නම් $(x+y)^2 = 1+y^2$ බව පෙන්වන්න.

(09) $\dfrac{4a+b}{2a-b} = 7$ නම් පහත ඒවායේ අගය සොයන්න.

(1) $\dfrac{5a+b}{5a-b}$ (2) $\dfrac{b^2-a^2}{a^2+b^2}$

(10) එකිනෙකට වෙනස් ගොඩනැගිලි තුනක් මුර කිරීමට හමුදා භටයන් 8 දෙනෙකු යෙදවිය යුතුය. එක ගොඩනැගිල්ලක් මුර කිරීමට අවම වශයෙන් භටයින් දෙදෙනෙකුවත් යෙදවිය යුතුය. හමුදා භටයින් අටදෙනාම සේවයේ යෙදවීමට හැකි වෙනස් ක්‍රම ගණන 2940 ක් බව පෙන්වන්න.

PAPERMASTER.LK

B කොටස

11. (a) $7 - x \geq 2|x^2 - 4|$ තෘප්ත කරන්නාවූ x හි අගයන් කුලකය සොයන්න.

(b) $U_r = r(r+1)$ සහ $V_r = Ar^2 + Br + C$ යැයි ගනිමු. මෙහි r යනු සෘණ නොවන නිඛිලයකි. ධන නිඛිල r සඳහා $U_r = V_r - 3V_{r-1}$ වන පරිදි A, B, C තාත්වික නියත සොයන්න. එමගින්

$$\frac{1.2}{3} + \frac{2.3}{3^2} + \frac{3.4}{3^3} + \frac{4.5}{3^4} + \ldots\ldots + = \frac{n(n+1)}{3^n}$$ ශ්‍රේණියේ ඓක්‍ය සොයන්න.

12. (a) $y = \sqrt{\tan x + \sqrt{\tan x + \sqrt{\tan x + \ldots\ldots\ldots}}}$ නම් x විෂයෙන් අවකලනය කරන්න.

(b) $x^p y^q = (x+y)^{p+q}$ හි අවකලන සංගුණකය සොයන්න.

(c) වතුර ටැංකියක් අරය මීටර **6**ක් ද උස මීටර **5** ක් ද වූ සෘජු වෘත්තාකාර කේතුවක ආකාර ගනී. එහි අක්ෂය සිරස්වද ශීර්ෂය යටි අතට පිහිටන පරිදි ටැංකිය සවිකර ඇත. කාලය $t = 0$ දී $36m^2h^{-1}$ නියත සීඝ්‍රතාවයකින් හිස් ටැංකියකට ජලය පිරෙන්නට පටන් ගනී. ටැංකිය තුළ ජලයේ ගැඹුර **3m** වන විට ජල පෘෂ්ඨය නඟින සීඝ්‍රතාවය සොයන්න.

13. (a) $l_1 = 2x - y + 2 = 0$ සරල රේඛාව තුළින් $p(3, \lambda)$ ලක්ෂ්‍යයේ ප්‍රතිබිම්බය හා $l_2 = x + 3y + \mu = 0$ සරල රේඛාව තුළින් $Q(-2, 2)$ ලක්ෂ්‍යයේ ප්‍රතිබිම්බය සමපාත වේ. λ හා μ සොයන්න.

(b) **ABC** ත්‍රිකෝණයේ **A** ශීර්ෂය **(1 , 1)** ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටන අතර **R** පරිකේන්ද්‍රය **(2/3 , 10/3)** ලක්ෂ්‍යයේ වෙයි. **AB** තුළින් **R** හි ප්‍රතිබිම්බය **S (-2/3 , 8/3)** ලක්ෂ්‍යය වෙයි. **BC** තුළින් **R** හි ප්‍රතිබිම්බය **T (4/3 , 14/3)** වෙයි. **ABC** ත්‍රිකෝණයේ පාදවල සමීකරණ ද, **AC** තුළින් **R** හි ප්‍රතිබිම්බයේ ඛණ්ඩාංක ද සොයන්න.

14. (a) $S_1 \equiv x^2 + y^2 + 2x + 6y - 2 = 0$ හා $S_2 \equiv x^2 + y^2 + 4x - 8y + \lambda = 0$ මගින් දැක්වෙන වෘත්ත ප්‍රලම්භ නම් λ හි අගය සොයන්න.

(b) $S_1 \equiv x^2 + y^2 - 6x = 0$ වෘත්තය බාහිරව ස්පර්ශ කරමින් $S_2 \equiv x_2 + y_2 + 4x - 8y + 8 = 0$ ප්‍රලම්භව ඡේදනය කරන කේන්ද්‍රය **OX** අක්ෂය මත ඇති **S** වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

PAPERMASTER.LK

15. f යනු $[-a, a]$ අනුකල්‍ය ශ්‍රිතයක් යැයි ගනිමු. $[-a, a]$ හි සියලුම x සඳහා $f(-x) = f(x)$ යැයි ගනිමු.

$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 2\int_{0}^{a} f(x)\,dx$ බව පෙන්වන්න.

$I = \int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} + 2}\,dx$ හි අනුකලනය $x = \text{Sin}4t$ ආදේශය භාවිතයෙන් පමණක්,

$I = \int_{0}^{\frac{\pi}{8}} \frac{2\,\text{Cos}4t}{\text{Cos}^2 t}\,dt$ බව පෙන්වන්න. එනයින්

$I = 4\sqrt{2} - \pi - 2$ බව පෙන්වන්න. $[\tan\frac{\pi}{8} = \sqrt{2} - 1]$

16. (a) (i) $\text{Sin}\,2x + 2\,\text{Sin}\,x - \text{Cos}\,x - 1 = 0$ සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම් සොයන්න.

(ii) $3\tan^2\theta - 2\text{Sin}\,\theta = 0$ සාධාරණ විසඳුම් දෙන්න.

(b) ABC ත්‍රිකෝණය සඳහා Cos ප්‍රමේයය භාවිතා කිරීමෙන්,

$\frac{(a-b)\,\text{Cos A} + \text{C}}{a - b + \text{C Cos A}} = \frac{a+b}{c}$ බව පෙන්වන්න.

(c) $\text{A}+\text{B}+\text{C} = \pi$ නම් $\tan\text{A} + \tan\text{B} + \tan\text{C} = \tan\text{A}\,.\,\tan\text{B}\,.\,\tan\text{C}$ බව පෙන්වන්න.

17. $x^2 + ax + b = 0$ සමීකරණයේ හා $x^2 + cx + d = 0$ සමීකරණයේ මූල පිළිවෙලින් α, β හා α^2, β වේ. මෙහි b හා d ප්‍රභින්න නිශුන්‍ය තාත්වික සංඛ්‍යා වේ.

$d^2 + abd + b^3 = 0$ හා $d^2 - bd + b^2(c-a) = 0$ බව පෙන්වන්න. එනයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ

$b(a-c)^2 + a(a-c)(d-b) + (d-b)^2 = 0$ බවද පෙන්වන්න.

PAPERMASTER.LK

සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි.
All Rights Reserved

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උ/පෙළ) විභාගය

සංයුක්ත ගණිතය - II

13 ශ්‍රේණිය

කාලය පැය 03 යි.

- සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න.

A කොටස

01. එකම සරල රේඛාවේ එකිනෙකට ළඟාවන මෝටර් රථ දෙකක් **v** හා **u** ඒකාකාර වේගවලින් ගමන් කරයි. මෝටර් රථ අතර පරතරය **d** වූ විට මෝටර් රථ දෙක ගැටෙන බව වැටහීමෙන් රථ දෙකම එකම අවස්ථාවේදී තිරිංග තද කිරීම හේතුවෙන් පිළිවෙලින් f_1 හා f_2 මන්දනයන් රථ දෙකට ලැබේ. ගැටුම යාන්තමින් වළක්වා ගනී. චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාරයක් අඳින්න. $v^2f_2 + u^2f_1 = 2f_1f_2d$ බව පෙන්වන්න.

02. පොළව මත **P** නම් ලක්ෂ්‍යයක සිට තිරසට α කෝණයක ආනතියක් සහිතව $V\ (> \sqrt{gd})$ ප්‍රවේගයෙන් අංශුවක් ප්‍රක්ෂේපනය කෙරේ. **P** සිට **d** දුරින් පිහිටි **d** උසැති කණුවක් මුදුනෙහි ගැවී නොගැවී අංශුව ගමන් කරයි. $v^2 = \dfrac{gd\,(1 + \tan^2\alpha)}{2\,(\tan - 1)}$ බව පෙන්වන්න.

03. **20N** බරැති අංශුවක් රළු තිරස් මේසයක් මත තබා තිරසට 60^0 කින් ආනත අවිතන්‍ය තන්තුනක් මඟින් අදිනු ලැබේ. සමතුලිත පිහිටීමේ දී තන්තුවේ ආතතිය $6\sqrt{3}$ N වේ නම්, ලම්භ ප්‍රතික්‍රියාවද, ඝර්ෂණ බලයද සොයන්න.

04. සුමට තිරස් මේසයක් මත තිබෙන ස්කන්ධය **2m kg** වන **A** අංශුවක් මේ ගැට්ටෙ පිහිටි සුමට කප්පියක් මතින් යවා ඇති සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මඟින් ස්කන්ධය **m kg** වන **B** අංශුවකට සම්බන්ධ කර ඇත. **B** අංශුව නිදැල්ලේ එල්ලෙමින් පවතී. අංශුවල පොදු ත්වරණය, තන්තුවේ ආතතිය, තන්තුව මඟින් කප්පිය මත ඇති කරන බලය සොයන්න.

PAPERMASTER.LK

05. පාදයක දිග a වන සමචතුරස්‍රයක **AB, BC, CD, DA** පාද හා **BD** විකර්ණ දිගේ පිළිවෙලින් $1, 3, 5, 7, 8\sqrt{2}$ බල ක්‍රියා කරයි. **AB** හා **AD** පිළිවෙලින් x හා y අක්ෂ ලෙස ගෙන සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වය ද, එහි ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය ද සොයන්න.

---

06. **A** හා **B** ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික $\underline{a}$, $\underline{b}$ වේ. **AB** රේඛාව **3 : 2** අනුපාතයට අභ්‍යන්තරව **R** හි දී බෙදේ. $\overrightarrow{OR}$ අනුපාත සූත්‍රය ඇසුරින් සොයන්න. $\overrightarrow{OS} = 3\underline{a}$ ද $\overrightarrow{OT} = \frac{9\underline{b} - 24\underline{a}}{5}$ බව දී ඇත. **S , R , T** ඒකරේඛීය නම් **ST** රේඛාව **R** වලින් බෙදෙන අනුපාතය සොයන්න.

---

07. වෘත්තාකාර තැටියක අරය **a** හා බර **w** වේ. සිහින් සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් වෘත්තාකාර තැටියේ පරිධියෙන් කොටසක් ස්පර්ශ වනසේ රඳවා තන්තුවේ බිත්තියක වූ **O** ලක්ෂ්‍යය එල්ලා ඇත. **AB** තන්තු කොටස සිරස් වේ. තැටියේ තලය බිත්තියට ලම්භක වේ. තැටිය හා ස්පර්ශ නොවන තන්තු කොටසේ දිග **2b** නම් තන්තුවේ ආතතිය $\frac{w}{2}\left(\frac{a^2 + b^2}{b^2}\right)$ බව පෙන්වන්න.

---

08. $8\ ms^{-1}$ වේගයෙන් උතුරු දෙසට යන බයිසිකල්කරුවකුට $4\ ms^{-1}$ වේගයෙන් උතුරින් 60^0 ක් නැගෙනහිරි න් වූ දිශාවෙන් සුළං හමන්නාසේ දැනේ. සුළගේ සත්‍ය ප්‍රවේගය සොයන්න.

---

09. $4\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් පටන්ගන්නා ස්කන්ධය **2kg** වන අංශුවක් තත්පර **5** ක් තුළ $2\ ms^{-2}$ ඒකාකාර ත්වරණයෙන් චලනය වෙයි. අංශුවේ වැඩිවන චාලක ශක්තිය සොයන්න.

---

10. ස්කන්ධය **5 kg** වන තුවක්කුවකින් ස්කන්ධය **60 g** වන උණ්ඩයක් විදිනු ලැබේ. උණ්ඩයේ වේගය $500\ ms^{-1}$ නම් තුවක්කුව වාංගුවන වේගය සොයන්න.

PAPERMASTER.LK

B කොටස

- ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

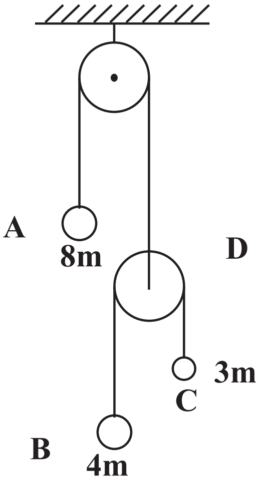
(01) දුම්රියක් සහ මෝටර් රථයක් සමාන්තර සරල රේඛීය මාර්ග ඔස්සේ එකම දිශාවට චලනය වේ. ආරම්භයේ දී මෝටර් රථය නිසලව පවතින අතර දුම්රියේ ප්‍රවේගය **u** වෙයි. ආරම්භයේ දී මෝටර් රථයේ සහ දුම්රියේ පසු පස කෙළවරවල් එක එල්ලේ පිහිටයි.

(i) මෝටර් රථයේ සහ දුම්රියේ ත්වරණ පිළිවෙලින් **9f** හා **3f** වේ. මෝටර් රථයේ සහ දුම්රියේ උපරිම ප්‍රවේග පිළිවෙලින් **4u** සහ **2u** වේ. ඒවා උපරිම වේග ලබාගත් පසු එම වේලවලින්ම ඒකාකාරව චලිත වේ. චලිත නිරූපණය වන සේ ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාරයක් එකම සටහනේ ඇඳ දුම්රියේ උපරිම වේගය ලබාගන්නා මොහොතේදී ද ආරම්භය හා සමාන පිහිටුමක මෝටර් රථය හා දුම්රිය පවතින බව පෙන්වන්න.

(ii) මෝටර් රථය උපරිම වේගය ලබාගන්නා මොහොතේද දුම්රියේ සහ මෝටර් රථයේ ඉදිරිපස කෙළවවල් එකඑල්ලේ පිහිටයි. දුම්රියේ දිග මෝටර් රථයේ දිග මෙන් දස ගුණයක් වේ නම් මෝටර් රථයේ දිග $\frac{u^2}{54f}$ බව පෙන්වන්න.

---

(02) සැහැල්ලු තන්තුවක් මඟින් සැහැල්ලු සුමට කප්පියක් සිවිලිමක එල්ලා තිබෙයි. මෙම කප්පිය උඩින් යැවූ සැහැල්ලු අප්‍රත්‍යස්ථ තවත් තන්තුවක එක් කෙළවරක් **8m** ස්කන්ධ **A** අංශුවක් ඈඳා ඇත. එහි අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය **m** වූ **D** සුමට කප්පියකට අමුණා ඇත. දෙවැනි කප්පිය උඩින් යැවූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් කෙළවරකට **4m** ස්කන්ධ **B** අංශුවක් ද අනෙක් කෙළවරට **3m** ස්කන්ධ **C** අංශුවක් ද අමුණා ඇත. ආරම්භයේ දී රූපයේ ආකාරයට පද්ධතිය සීරුවෙන් මුදා හරී.



(i) **A** අංශුවේ ත්වරණය සොයන්න.

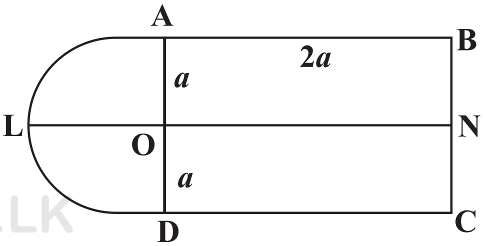
(ii) **B , C** යා කරන තන්තුවේ ආතතිය $\left(\frac{384}{11}\right)$ **mg** බව පෙන්වන්න.

---

(03) ඒකාකාර දිගක් හා බර **w** වූ **AB, BC** ඒකාකාර දඬු දෙකක් **B** හි දී සුමට ලෙස සන්ධි කොට ඇත. **AB = 6*a***, **BC = 8*a*** වේ. දිග **5*a*** වූ ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් **AB** හා **BC** මධ්‍යලක්ෂ්‍ය ඈඳා ඇත. **A** හා **C** සුමට තිරස් තලයක් **B** මත පවතිමින්, සමතුලිතතාවේ වේ. තන්තුවේ ආතතිය හා **B** හි ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

---

(04) ඒකාකාර **A L D** අර්ධ වෘත්ත ආස්තරය සහ **A B C D** සමචතුරස්‍ර ආස්තරය **AD** දිගේ සවි කර ඇත. **AO = OD = *a*, AB = 2*a*** වේ.



(i) **N** සිට සංයුක්ත වස්තුවේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයට දුර සොයන්න.

(ii) පද්ධතිය ***a*** වලින් එල්ලා සමතුලිතවිට **AD** සිරසට ආනත කෝණය සොයන්න.

PAPERMASTER.LK

(iii) සංයුක්ත ආස්තරයේ ස්කන්ධය **m** වේ. ස්කන්ධය $\frac{5m}{3}$ වන **P** අංශුවක් **LON** රේඛාවේ සවිකර ඇත. **A** වලින් එල්ලා සමතුලිතවිට **AD** සිරස් වේ. **AD** සිට **P** අංශුවේ පිහිටීම සොයා එය ඇත්තේ කුමන ආස්තර කොටසේ දැයි පෙන්වා දෙන්න.

---

(05) සුමටව සන්ධි කළ සමාන සැහැල්ලු දඬු **6** කින් සමන්විත රාමු සැකිල්ලක් සවිධි ෂඩාස්‍රයක හැඩය ගනී. එම රාමු සැකිල්ල සිරස් තලයක පිහිටයි. **A** හිදී සුමටව අසව් කර ඇති අතර **C** හිදී **1N** එය භාරයක් උසුලයි. රාමු සැකිල්ල දෘඩව තබා ඇත්තේ සැහැල්ලු දඬු **3** ක් වන **BD, BE, BF** මඟිනි. **A** හි අසව්ව මත ක්‍රියාකරන බලයේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න. ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇසුරෙන් දඬු **9** හි ප්‍රත්‍යාබල විශාලත්වයන් සොයා ඒවා ආතති ද, තෙරපුම් ද යන්න වග ලියන්න.

---

(06) තිරස් තලයක **A** ලක්ෂ්‍යයකට සිරස්ව ඉහළින් වන **O** ලක්ෂ්‍යයක සිට තිරසට θ ආනතව **13V** ප්‍රවේගයෙන් **P** වස්තුවක් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. $\theta = \mathrm{Cos}^{-1}\left(\frac{5}{13}\right)$ වේ. **P** වස්තුව තිරස් තලයේ **B** ලක්ෂ්‍යක වදී. $AB = \frac{130V^2}{g}$ වේ.

(i) $OA = \frac{26V^2}{g}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) **O** තුළින් තිරස් රේඛාවට පරාවක්‍රය හමුවන ලක්ෂ්‍යය **C** නම් **OC** දුර සොයන්න.

(iii) **Q** අංශුවක් **O** වලින් තිරසට α ආනතව $5\sqrt{13}\,u$ ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. **Q** වස්තුව **b** හි දී වදී නම් පරාවක්‍රයේ සමීකරණය සොයන්න. α හි අගය දෙකෙන් එක් අගයක් 45^0 නම්, $u = \frac{V}{\sqrt{3}}$ බව පෙන්වන්න. α හි අනෙක් අගයද ලබා ගන්න.

---

(07) ස්කන්ධය **M kg** වන ලී කුට්ටියක් අවිතන්‍ය තන්තුවකින් අචල **O** ලක්ෂ්‍යයකින් එල්ලා ඇත. තිරස්ව $u\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් චලිතවන ස්කන්ධය **m kg** වන උණ්ඩයක් ලී කුට්ටියේ වැදී එබ්බ වේ. තන්තුව පහළ සිරසට θ වලින් ආනත විට චලිත සමීකරණ ලියන්න. පසුව චලිතයේ දී උණ්ඩය අර්ධ වෘත්තයක චලිත වේ නම්, **u** සොයන්න. $\theta = 60^0$ විට තන්තුවේ ආතතියද සොයන්න.

PAPERMASTER.LK