සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි /முழுப் பதிப்புரிமையுடையது /All Rights Reserved

අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය
கல்வி அமைச்சு கல்வி அமைச்சு கல்வி அமைச்சு
Ministry of Education Ministry of Education Ministry of Education

අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය
கல்வி அமைச்சு
Ministry of Education

අ.පො.ස. (උ.පෙළ) උපකාරක සම්මන්ත්‍රණය - 2022

සංයුක්ත ගණිතය I	10 S I
இணைந்த கணிதம் I	
Combined Mathematics I	

පැය තුනයි மூன்று மணித்தியாலம் Three hours	අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள் Additional Reading Time - 10 minutes

අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.

විභාග අංකය							

උපදෙස්:

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17).
* **A කොටස:**
  සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
* **B කොටස:**
  ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය, **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය II		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	

එකතුව

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ:	1	
	2	
අධීක්ෂණය කළේ:		

PAPERMASTER.LK

[දෙවැනි පිටුව බලන්න.

1. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන්, සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n} 6r(r-1) = 2n(n^2-1)$ බව පෙන්වන්න.

2. $y = |2x-2| - x$ හා $y = 2|x-2| - 2x$ හි ප්‍රස්තාර එකම oxy තලයක දළ ලෙස සටහන් කරන්න. එනයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ $|2x-4| - |2x-2| > x$ අසමානතාව සපුරාලන සියලු තාත්ත්වික x හි අගය කුලකය ලබාගන්න.

PAPERMASTER.LK

3. ආර්ගන්ඩ් තලය මත, $|z-2-2i| \leq 1$ හා $Arg(z-4i) \geq -\frac{\pi}{4}$ මගින් දෙනු ලබන අවශ්‍යතා සපුරාලන R පෙදෙස අඳුරු කර දක්වන්න.

එනයින් එම R පෙදෙස තුළ $Im(Z)$ හි අවම අගය සොයන්න.

4. $\left(\sqrt{3}+11^{\frac{1}{5}}\right)^{10}$ ප්‍රසාරණයේ $r+1$ වන පදය $T_{(r+1)}$ ලියා දක්වන්න. එනයින් එම ප්‍රසාරණයේ පරිමේය පද සියල්ලේ ඓක්‍යය සොයන්න.

PAPERMASTER.LK

5. $\lim_{x \to \frac{\pi}{6}} \left(\frac{12 - 12\,Cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)}{(6x - \pi)^2} \right)$ සීමාව අගයන්න.

6. $y = \sqrt{ln|x|}$, $(x > 1,\ x \in \mathbb{R})$, $y = 0$, $x = 2$ හා $x = 4$ යන වක්‍ර වලින් ආවෘත පෙදෙස $x -$ අක්ෂය වටා රේඩියන 2π කෝණයකින් භ්‍රමණයෙන් ජනිත පරිමාව, ඝණ ඒකක $\boldsymbol{6\pi\, ln(2) - 2\,\pi}$ බව පෙන්වන්න.

PAPERMASTER.LK

7. $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{36}=1$ බහුවලය මත, පරාමිතිය θ වන P ලක්ෂ්‍යය $(3\ Sec\ \theta,\ 6\ tan\ \theta)$ ආකාරයෙන් දැක්විය හැකි බව පෙන්වන්න. පරාමිතිය $\theta=\frac{\pi}{6}$ වන ලක්ෂ්‍යයේදී එම බහුවලයට ඇඳි අභිලම්භයේ සමීකරණය $x+4y=10\sqrt{3}$ බව සාධනය කරන්න.

8. අනුක්‍රමණය m වූ $l=0$ සරළ රේඛාවකට, O මූලයේ සිට ඇති ලම්බ දුර ඒකක 1 කි. l සඳහා පිහිටීම් දෙකක් ඇති බව පෙන්වා එම එක් එක් අවස්ථාව සඳහා l හි සමීකරණ ලියා දක්වන්න.

එම රේඛා දෙක සම්මුඛ පාද වශයෙන් හා ඛණ්ඩාංක අක්ෂ විකර්ණ වශයෙන් පවතින රොම්බසයේ වර්ගඵලය වර්ග ඒකක $\left|\frac{2(m^2+1)}{m}\right|$ බව පෙන්වන්න.

PAPERMASTER.LK

9. $y = mx + c$ රේඛාව මත කේන්ද්‍රය පිහිටි $S \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + p = 0$ වෘත්තය $y-$ අක්ෂය ස්පර්ශ කරන අතර, $x-$ අක්ෂයෙන් ඒකක 08 ක් දිග ජ්‍යායක් කපයි.

$g^2(1-m^2) + 2gmc = 16 + c^2$ බව පෙන්වන්න.

10. $Sin^2\,\theta + Cos^2\,\theta = 1$ යොදාගනිමින්, $n \in \mathbb{Z}$ විට $\theta \neq n\pi$ සඳහා, $Cosec^2\,\theta = 1 + Cot^2\,\theta$ බව ලබාගන්න.

$Cot\,\theta - Cosec\,\theta = \frac{5}{4}$ නම් එවිට $Cot\,\theta + Cosec\,\theta = -\frac{4}{5}$ බව පෙන්වා, $Sin\,\theta = -\frac{40}{41}$ බව අපෝහනය කරන්න.

PAPERMASTER.LK

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved

අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය
கல்வி அமைச்சு கல்வி அமைச்சு கல்வி அமைச்சு கல்வி அமைச்சு
Ministry of Education Ministry of Education Ministry of Education Ministry of Education

අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය
கல்வி அமைச்சு
Ministry of Education

අ.පො.ස. (උ.පෙළ) උපකාරක සම්මන්ත්‍රණය - 2022

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10 S I

B කොටස

※ ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a) $f(x) \equiv x^2 + (2a-1)x + (a+1),\ x \in \mathbb{R}$ යැයි ද a යනු තාත්ත්වික නියතයක් යැයි ද ගනිමු.
$(x + 2a - 1)$ යනු $f(x)$ හි සාධකයක් නම් a හි අගය සොයන්න.
එම a අගය සඳහා $f(x)$ ලියා දක්වා $f(x) = 0$ හි මූල ලබාගන්න.
එනයින්, p තාත්ත්වික නියතයක් වූ $F(x) = f(p - 2x)$ ලෙස අර්ථ දක්වා ඇති $F(x)$ වර්ග ප්‍රකාශනය ලියා දක්වන්න.
සියලු $p \in \mathbb{R}$ සඳහා $F(x) = 0$ වර්ග සමීකරණයට තාත්ත්වික ප්‍රභින්න මූල පවතින බව සාධනය කරන්න.
$p \neq 0, p \neq 3$ විට, $F(x) = 0$ හි මූලයන්හි පරස්පරයයන් මූල වශයෙන් ඇති $G(x) = 0$ වර්ග සමීකරණය සොයන්න.
$F(x) = 0$ හා $G(x) = 0$ හි විවේචකයයන් එකම වන බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.

(b) $P(x) \equiv x^4 - (1-\lambda)x^3 + \mu x + 2$ මගින් දෙනු ලබන $P(x)$ බහුපදය $x^2 - x - 2$ මගින් බෙදූවිට ශේෂය $10(x+1)$ කි. λ සහ μ සොයන්න.

එම λ සහ μ අගයයන් සඳහා $(x+1)$ යනු $P(x)$ හි සාධකයක් බව පෙන්වා එවිට $P(x)$ යන්න $P(x) \equiv (x-\alpha)(x^3-\beta)$ ආකාරයෙන් දක්වන්න.
මෙහි α සහ β යනු නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ.

12. (a) පහත වගුවේ දී ඇත්තේ වෘත්තීන් තුනකට අදාළව තෝරාගත් වෘත්තිකයන්ගෙන් සමන්විත කණ්ඩායමකි.

වෘත්තිය	පිරිමි	ගැහැනු
වෛද්‍ය	3	1
හෙද	7	4
සාත්තුසේවා	5	5

මෙම කණ්ඩායමෙන් සාමාජික සංඛ්‍යාව 5 ක් වන කමිටුවක් තෝරා පත් කර ගත යුතුව ඇත. පහත දී ඇති එක් එක් අවස්ථාව යටතේ පත්කළ හැකි වෙනස් කමිටු සංඛ්‍යා සොයන්න.

(i) කිසිදු සීමාකිරීමක් නැතිවිට,

(ii) වෛද්‍ය, හෙද හා සාත්තු සේවා හා ක්ෂේත්‍ර තුනම නියෝජනය විය යුතු අතර, වෛද්‍ය ක්ෂේත්‍රය සඳහාම පමණක් ස්ත්‍රී - පුරුෂ දෙපක්ෂයම නියෝජනය වීම අනිවාර්ය විට,

(iii) වෛද්‍ය ක්ෂේත්‍රයේ සියලුදෙනාම නියෝජනය විය යුතු විට,

PAPERMASTER.LK

[අටවැනි පිටුව බලන්න.

(b) $f(r) = \frac{2}{(2r-1)^2}$, $r \in \mathbb{Z}^+$ යැයි ගනිමු.

$f(r) - f(r+1) = \frac{16r}{(2r-1)^2(2r+1)^2}$ බව පෙන්වන්න.

$\frac{1}{1^2.3^2} + \frac{2}{3^2.5^2} + \frac{3}{5^2.7^2} + \frac{4}{7^2.9^2} + \ldots\ldots\ldots\ldots$ අපරිමිත ශ්‍රේණියේ r වන පොදු පදය, U_r ලියා දක්වන්න.

$V_n = \sum_{r=1}^{n} u_r$ හා $W_{2n} = \sum_{r=1}^{2n} u_r$ ලෙස අර්ථදැක්වෙන V_n හා W_{2n} සොයන්න.

$W_{2n} - V_n$ යන්න අභිසාරී වේද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

13. (a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2\alpha & \alpha \\ 0 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ හා $C = \begin{pmatrix} 1 & 1/2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු.

$A^T B = 8C$ නම් α හි අගය ලබාගන්න. මෙහි α යනු තාත්ත්වික නියතයකි. එම α අගය සඳහා $B^T A$ සොයන්න.
එනයින් $A^T B + B^T A$ යනු සමමිතික න්‍යාසයක් බව සාධනය කරන්න.
$(A^T B)P = I$ වන පරිදි $P_{(2\times2)}$ න්‍යාසයක් පවතීද? ඔබේ පිළිතුර සත්‍යාපනය කරන්න.මෙහි I යනු දෙවන ඝණයේ තත්සාම්‍ය න්‍යාසය වේ.

(b) Z යනු සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් විට, $2 < |Z| \leq 6$ අවශ්‍යතාව සපුරාලන R පෙදෙස ආගන්ඩ් තලයක දක්වන්න.
දැන් Z_R යනු ඉහත R පෙදෙසට අයත්වූ $Z_R = x + iy$ $x, y \in \mathbb{R}$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව යැයි ගනිමු.

(i) $Z_0 = Z_R + \overline{Z_R}$ මගින් දැක්වෙන Z_0 සොයන්න. මෙහි $\overline{Z_R}$යනු Z_R හි ප්‍රතිබද්ධය වේ.

(ii) Z_R හා Z_0 යන සංකීර්ණ සංඛ්‍යා දෙකම R පෙදෙසට අයත්ව පවතින අයුරින් Z_R ට පැවතිය හැකි R' පෙදෙස ඉහත R පෙදෙස තුළම වෙන්කර දක්වන්න.

(iii) w යනු ඉහත R' පෙදෙසට අයත් වූ ද $|w|$ යන්න උපරිම වන අයුරින් වූද $Arg(w)$ යන්න අවම වන අයුරින් වූ ද, පළමුව වෘත්ත පාදයේ පිහිටි සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවයි. $x + iy$ ආකාරයෙන් w ලියා දක්වන්න.
එනයින් $w + \overline{w}$ සහ $w - \overline{w}$ ලබාගෙන, **ද මුවාවර් ප්‍රමේයය** යොදාගනිමින්,
$(|w + \overline{w}| + i|w - \overline{w}|)^{12} = 12^{12}$ බව පෙන්වන්න.

PAPERMASTER.LK

14. (a) p, q යනු තාත්ත්වික නියත හා $x \in \mathbb{R}$, $x \neq -q$ වන $y = f(x) \equiv \frac{3x+p}{(x+q)^2}$ සලකන්න.

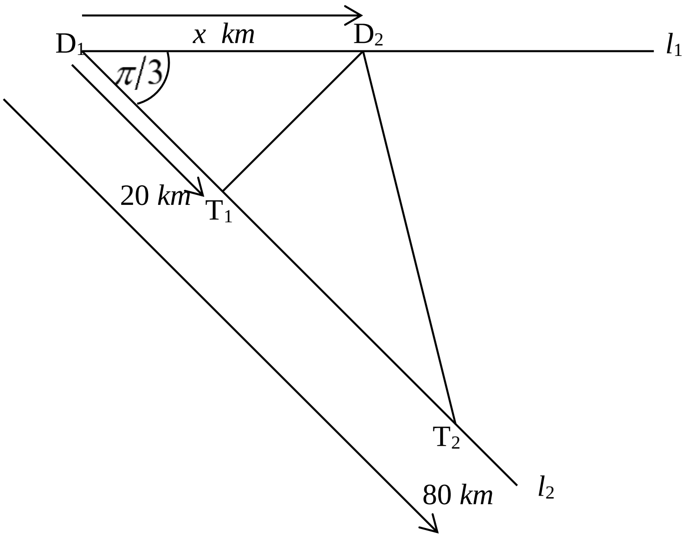
$y = f(x)$ වක්‍රයට $x = 2$ යනු ස්පර්ශෝන්මුඛ රේඛාවක් ද $x = \frac{4}{3}$ දී ස්ථාවර ලක්ෂ්‍යයක් ද ඇත. p හා q නියත නිර්ණය කරන්න.

$y = f(x)$ ශ්‍රිතයේ x විෂයයෙන් ප්‍රථම ව්‍යුත්පන්නය වන $f'(x)$, $f'(x) = \frac{4-3x}{(x-2)^3}$, $x \neq 2$ මගින් දෙනු ලබන බව සාධනය කරන්න.

$x -$ අක්ෂය මත අන්තඃඛණ්ඩ, $y -$ අක්ෂය මත අන්තඃඛණ්ඩය, හැරුම් ලක්ෂ්‍ය හා ස්පර්ශෝන්මුඛ පැහැදිලි ලෙස දක්වමින් $y = f(x)$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

x විෂයයන් $y = f(x)$ හි දෙවන ව්‍යුත්පන්නය වන $f''(x) = \frac{6(x-1)}{(x-2)^4}, x \neq 2$ **බව දී ඇත**. එනයින් $y = f(x)$ වක්‍රයෙහි නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක සහ ඒවායේ සවභාවය නිර්ණය කරන්න.

(b) රූපයේ l_1 හා l_2 යනු එකිනෙකට $\frac{\pi}{3}$ ආනතව, සමබිමෙහි සරල රේඛීයව ඉදිකර ඇති අධිබලැති විදුලි රැහැන් සම්ප්‍රේෂණ මාර්ග 2 කි. D_1 බෙදුම්පලෙන් ඇරඹෙන මෙම මාර්ග දෙකෙන් l_2 මාර්ගය අතරමග D_1 සිට පිළිවෙලින් 20 km හා 80 km දුරින් T_1 හා T_2 බෙදුම් පරිණාමක (Distribution Transformers) පිහිටා ඇත. l_1 සම්ප්‍රේෂණ මාර්ගයේ, D_1 සිට x km දුරින් වෙනත් D_2 උප බෙදුම් පොලක් ඉදිකර D_2T_1 හා D_2T_2 ලෙස සරල රේඛීය විදුලි රැහැන් මාර්ග 2 ක් මගින් T_1 හා T_2 වෙත D_2 උප බෙදුම්පොළ සම්බන්ධ කල යුතුව ඇත.



$D_2T_1 = \sqrt{x^2 - 20x + 400}\ km$ හා $D_2T_2 = \sqrt{x^2 - 80x + 6400}\ km$ බව ලබා ගන්න. මෙහි x හි පරාසය සඳහන් කරන්න.

D_2T_1 හා D_2T_2 මුළු විදුලි රැහන්වල දිග අවමයක් වන පරිදි D_2 උපබෙදුම්පල l_1 මත ඉදිකළයුතු ස්ථානයට D_1 සිට දුර කොපමණද?

15. (a) $a > 0$ වූ $a \in \mathbb{R}$ සඳහා, $\int_0^a f(x)\,dx = \int_0^a f(a-x)\,dx$ බව සාධනය කරන්න.

$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{Sin\,\theta(Sin^2\theta - Cos^2\theta)}$ හා $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{Cos\,\theta(Sin^2\theta - Cos^2\theta)}$ යැයි ගනිමු.

$I = -J$ බව පෙන්වන්න.

එනයින් $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{Sin\,\theta\, Cos\,\theta(Sin\,\theta - Cos\,\theta)}$ අනුකලය අගයන්න.

(b) $x^2 = (Ax+B)(1+x)^2 + C(1+x^2)(1+x) + D(1+x^2)$ වන පරිදි A, B සහ C නියත නිර්ණය කර, $x^2 = \frac{1}{2}x(1+x)^2 - \frac{1}{2}(1+x^2)(1+x) + \frac{1}{2}(1+x^2)$ බව ලබාගන්න.

එනයින්, $x \neq -1$ සඳහා $\int \frac{x^2}{(1+x^2)(1+x)^2}\,dx = \frac{1}{2}\left[ln\left|\frac{\lambda\sqrt{1+x^2}}{(1+x)}\right| - \frac{1}{(1+x)}\right]$ ලෙසින් දැක්විය හැකි බව සාධනය කරන්න. මෙහි λ යනු තාත්ත්වික නියතයකි.

(c) සුදුසු ආදේශයක් යොදා ගනිමින්, $\int_1^{3^{\frac{1}{4}}} \left(\frac{1}{x^3}\right) tan^{-1}\left(\frac{1}{x^2}\right) dx$ අනුකලය අගයන්න.

PAPERMASTER.LK

16. $A \equiv (2,1)$ ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ යන, අනුක්‍රමණය m වූ $l = 0$ සරල රේඛාව මත ඕනෑම P ලක්ෂ්‍යයක් $P \equiv [2+t, 1+mt]$ ලෙස පරාමිතිකව දැක්විය හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි t යනු පරාමිතියකි.

පාදයක දිග ඒකක 4 ක් හා $A \equiv (2,1)$ වූ $ABCD$ වාමාවර්ත ලෙස ගත් රොම්බසය මුළුමනින්ම පළමු වෘත්ත පාදය තුළම පිහිටා ඇති අතර AB පාදය ox අක්ෂයට සමාන්තර වේ. තවද $B\hat{A}D = \frac{\pi}{3}$ වේ.

(i) ඉහත පරාමිතික නිරූපණයම යොදා ගනිමින් රොම්බසයේ B හා D ශීර්ෂවල ඛණ්ඩාංක සොයන්න. එනයින් C ශීර්ෂයේ ඛණ්ඩාංක ද ලබාගන්න.

(ii) තවදුරටත් එම පරාමිතික ප්‍රතිඵලයම යොදාගනිමින් AC විකර්ණයේ අනුක්‍රමණය සොයා AC හා BD විකර්ණවල සමීකරණ සොයන්න.

(iii) පිළිවෙලින් AB හා BC පාද, විෂ්කම්භයන් ලෙස පවතින $S_1 = 0$ හා $S_2 = 0$ වෘත්ත දෙකෙහි සමීකරණ සොයන්න. S_1 හා S_2 වෘත්ත ප්‍රලම්භ ලෙස ඡේදනය වේද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

(iv) රොම්බසයේ කේන්ද්‍රය හරහා යන AB පාදයට සමාන්තර රේඛාව මත කේන්ද්‍රය පිහිටි S_0 වෘත්තයක් S_1 වෘත්තය ප්‍රලම්භව කපයි.

$S_0 \equiv x^2 + y^2 + 2\lambda x - 2(1+\sqrt{3})y + (2\sqrt{3} - 11 - 8\lambda) = 0$, $(\lambda \in \mathbb{R})$ ලෙස දැක්විය හැකි බව පෙන්වන්න.

S_0 හි අරය ඒකක $\sqrt{35}$ ක් නම් S_0 සඳහා පිහිටීම් 2 ක් පවතින බව පෙන්වා ඒවායේ සමීකරණ ලබාගන්න.

17. (a) $Sin\,A, Sin\,B, Cos\,A$ හා $Cos\,B$ පද ඇසුරින් $Cos(A+B)$ ලියා දක්වන්න.

A හා B සුදුසු පරිදි තෝරාගනිමින්, $Cos(90° + \theta) = -Sin\ \theta$ බව ලබාගන්න.

එමගින්, $Sin\ 110^0 = -Cos\ 200^0$ බව හා $Cos\ 110^0 = -Sin\ 20^0$ බව පෙන්වා $tan\ 110^0 + Cot\ 20^0 = 0$ බව අපෝහනය කරන්න.

(b) $Cos\ 4\theta - Cos\ 2\theta = 8\,Cos^4\theta - 10\,Cos^2\theta + 2$ බව පෙන්වන්න.

එනයින්, $Cos\,4\theta = Cos\,2\theta$ සමීකරණය සපුරාලන පරිදි වූ $Cos\,\theta$ හි අගයයන් සොයන්න.

(c) ABC ත්‍රිකෝණයක A හා B ශීර්ෂ වල සිට සම්මුඛ පාද වලට ඇඳි මධ්‍යස්ථයන් පිළිවෙලින් AD හා BE වන අතර ඒවා එකිනෙකට ලම්භකව G හිදී හමුවේ. තවද සුපුරුදු අංකනයෙන් $a = 4\,cm$ සහ $b = 3\,cm$ වේ. සුදුසු පරිදි තෝරා ගත් ත්‍රිකෝණ සඳහා **කෝසයින් නීතිය** යෙදීමෙන්, $A\hat{C}B = Cos^{-1}\left(\frac{5}{6}\right)$ බව පෙන්වන්න.

(d) $tan^{-1}(x+1) + tan^{-1}(x-2) = tan^{-1}(2)$ සමීකරණය සලකන්න. මෙහි x තෘප්ත කරන සමීකරණයක් ලබාගන්න. එනයින් ඉහත ප්‍රතිලෝම ත්‍රිකෝණමිතික සමීකරණයට ගැලපෙන විසඳුම් ලියන්න.

***

PAPERMASTER.LK

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved

අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය
கல்வி அமைச்சு கல்வி அமைச்சு கல்வி அமைச்சு
Ministry of Education Ministry of Education Ministry of Education

අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය
கல்வி அமைச்சு
Ministry of Education

අ.පො.ස. (උ.පෙළ) උපකාරක සම්මන්ත්‍රණය - 2022

සංයුක්ත ගණිතය	**II**
இணைந்த கணிதம்	**II**
Combined Mathematics	**II**

10 S II

පැය තුනයි மூன்று மணித்தியாலம் *Three hours*	**අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි** மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள் Additional Reading Time - 10 minutes

අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.

විභාග අංකය							

උපදෙස්:

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17).
* **A කොටස:**
  සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
* **B කොටස:**
  ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය, **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.
* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය II		
කොටස	**ප්‍රශ්න අංකය**	**ලකුණු**
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	

එකතුව

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ:	1	
	2	
අධීක්ෂණය කළේ:		

PAPERMASTER.LK

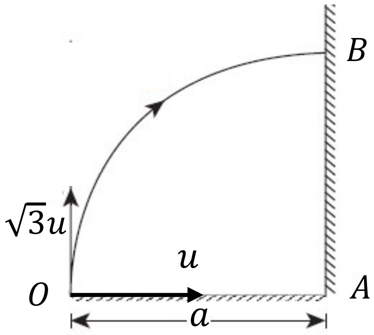
[දෙවැනි පිටුව බලන්න

1. A හා B අංශු දෙකක් අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e $(0 < e < 1)$ ද ස්කන්ධ පිළිවෙලින් m හා em ද වේ. A හා B අංශු එකම තිරස් සරල රේඛාවක් දිගේ පිළිවෙලින් u හා eu ඒකකාර ප්‍රවේග වලින් එකම දිශාවට රූපයේ දැක්වෙන පරිදි චලනය වෙමින් සරල ලෙස ගැටේ. ගැටුමෙන් පසු B හි ප්‍රවේගය e ගෙන් ස්වායත්ත බව පෙන්වන්න. ගැටුම නිසා $\frac{6}{25}mu$ විශාලත්වයකින් යුත් ආවේගයක් ඇති වේ නම් e හි අගයන් සොයන්න.

2. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි තිරස් තලයක පිහිටි O ලක්ෂ්‍යයක සිට පිළිවෙලින් u හා $\sqrt{3}u$ තිරස් හා සිරස් ප්‍රවේග සංරචක වලින් අංශුවක් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. අංශුව සිය පෙතෙහි උපරිම ලක්ෂ්‍යයට ලගාවන විට O සිට a තිරස් දුරින් පිහිටි සිරස් AB බිත්තියක වූ B ලක්ෂ්‍යයේ වැදී පොලා පනී. සිරස් තලය හා අංශුව අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{1}{2}$ නම්,

(i) අංශුව නැවත OA තලයේ වැදීමට ආරම්භයේ සිට ගතවන කාලය,

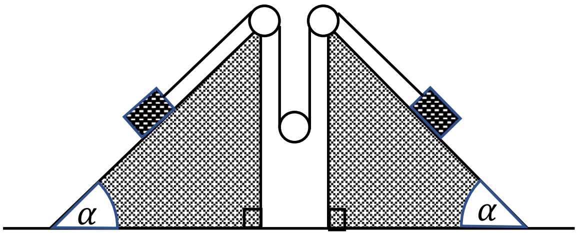
(ii) අංශුව නැවත OA තලය මත පතිත වන ස්ථානයට A සිට දුර ද, සොයන්න.



PAPERMASTER.LK

විභාග අංකය							

3. රූප සටහනේ දැක්වෙන පරිදි ස්කන්ධයන් m_1 හා m_2 වූ අංශු දෙකක් **අචල,** සුමට කූඤ්ඤ දෙකක් මත තබා ඇත. m_1 අංශුවට ඈදන ලද ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක් අචල සුමට කප්පියක් මතින් යවා ස්කන්ධය M සුචල සුමට කප්පිය යටින් ගමන් කර නැවත අචල කප්පියක් මතින් ගොස් m_2 අංශුවට ඈඳ ඇත. අංශු හා තන්තුව එකම සිරස් තලයක පිහිටයි. තන්තුව තදව ඇතිව පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදාහරිනු ලැබේ. අංශුවල ත්වරණත් තන්තුවේ ආතතියත් සෙවීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න. කූඤ්ඤ දෙකෙහිම ආනත පෘෂ්ඨ වල ආනතිය α වේ. (නිදහස්ව ඇති තන්තු කොටස් සිරස්ව හෝ කූඤ්ඤ වල වැඩිතම බෑවුම් රේඛා ඔස්සේ හෝ වේ.)



4. ස්කන්ධය මෙට්‍රික් ටොන් 2 ක් වූ මෝටර් රථයක් තිරසට $sin^{-1}\left(\frac{1}{10}\right)$ ආනතියකින් යුත් සෘජු මාර්ගයක් දිගේ $32\ km\ h^{-1}$ නියත ප්‍රවේගයෙන් ඉහලට ගමන් කරයි. චලිතයට 400 N ක නියත ප්‍රතිරෝධයක් ඇත. රථයේ ජවය කිලෝවොට් වලින් සොයන්න.

මෙම රථය එම ජවයෙන් සහ එම නියත ප්‍රතිරෝධයෙන්ම සමතලා මාර්ගයක ගමන් කරයි. රථයේ ප්‍රවේගය $32\ km\ h^{-1}$ වන විට එහි ත්වරණය සොයන්න. ($g = 10\ m\ s^{-2}$යැයි ගන්න)

PAPERMASTER.LK

5. දිග a වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙලවරක් අචල O ලක්ෂ්‍යයකට සවිකර, අනෙක් කෙළවරට ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් ඈඳ ඇත. O සමග එකම තිරස් මට්ටමේ $\frac{a}{2}$ තිරස් දුරින් වූ ලක්ෂ්‍යයක සිට එම අංශුව නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හැරේ. තන්තුව තදවී මොහොතකට පසු අංශුවේ ප්‍රවේගය සොයා, තන්තුව සිරස් වන විට අංශුවේ ප්‍රවේගය නිර්ණය කිරීමට සමීකරණයක් ශක්ති සංස්ථිති නියමය ඇසුරින් ලියා දක්වන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

6. O මූල ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $x\mathbf{i}+y\mathbf{j}$ හා $-2y\mathbf{i}+2x\mathbf{j}$ වේ. මෙහි $\mathbf{i}$ හා $\mathbf{j}$ යනු OX හා OY අක්ෂ ඔස්සේ ඒකක දෛශික වේ. AB රේඛාව $AC:CB=1:2$ අනුපාතයට බෙදන C ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න. OC රේඛාව හා OY අක්ෂය අතර කෝණය $60°$ නම් $x^2+y^2+4xy=0$ බව පෙන්වන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

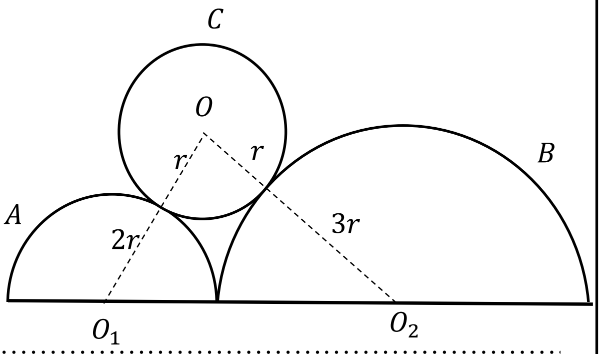
....

....

....

PAPERMASTER.LK

7. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි අරයයන් පිළිවෙලින් 2r හා 3r වූ එකිනෙක ස්පර්ශව පවතින A හා B අචල සුමට අර්ධ ගෝල මත අරය r වූ ද ස්කන්ධය m වූ ද සුමට C ගෝලයක් සමතුලිතව තබා ඇත. C ගෝලය මත A හා B අර්ධ ගෝල මගින් ඇතිකරන ප්‍රතික්‍රියා සොයන්න. O, O_1 හා O_2 කේන්ද්‍ර එකම සිරස් තලයක පිහිටයි.



8. AB දණ්ඩක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය වන G, $AG:GB = 2:1$ අනුපාතයට වේ. එහි A කෙළවර රළු තිරස් තලයක් මත ද B කෙළවර සුමට සිරස් බිත්තියක් හා ස්පර්ශ වෙමින් ද දණ්ඩ, බිත්තියට ලම්බ සිරස් තලයක සීමාකාරී සමතුලිතතාවයේ පවතී. දණ්ඩේ තිරසට ආනතිය θ ද තලය හා දණ්ඩේ A කෙළවර අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ ද වේ. $tan\theta$ හි අගය μ ඇසුරින් ලබාගන්න.

PAPERMASTER.LK

9. A හා B යනු පහත අවස්ථා සපුරාලනු ලබන සිද්ධි දෙකකි.

(i) A පමණක් සිදුවීමේ සම්භාවිතාවය 0.2 වේ.

(ii) B පමණක් සිදුවීමේ සම්භාවිතාවය 0.1 වේ.

(iii) A හෝ B දෙකෙන් එකක් වත් සිදු නොවීමේ සම්භාවිතාවය 0.6 වේ.

$P(A/B) = \frac{1}{2}$ බව පෙන්වන්න.

10. සංඛ්‍යා දහයක මධ්‍යන්‍යය $9 \cdot 4$ වේ. k තාත්වික සංඛ්‍යාවක සිට එම සංඛ්‍යාවල අපගමනයන් පහත පරිදි වේ.

d_i: -5, -2, -1, -1, -1, 0, 1, 1, 2, 6

සංඛ්‍යා දහයෙහි මධ්‍යස්ථය හා විචලතාව සොයන්න.

PAPERMASTER.LK

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved

අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය
கல்வி அமைச்சு
Ministry of Education

අ.පො.ස. (උ.පෙළ) උපකාරක සම්මන්ත්‍රණය - 2022

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

10 S II

B කොටස

※ ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

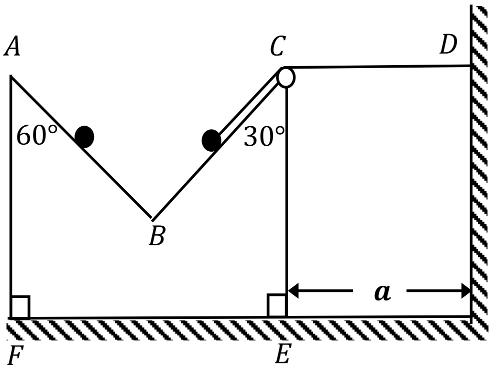
(මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි.)

11. (a) A නම් දුම්රිය ස්ථානයක සිට $u\ km\ h^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් චලිතය අරඹන P නම් දුම්රියක්, ඒකාකාර ත්වරණයෙන් පැය බාගයක් ගමන් කර ඉන්පසු තවත් පැයක් $f\ km\ h^{-2}$ ඒකකාර මන්දනයෙන් ගමන් කර B දුම්රිය ස්ථානයේ දී නිසලතාවයට පැමිණේ. P දුම්රිය, B වෙත ළගාවන මොහොතේ දී ම Q නම් වෙනත් දුම්රියක්, B දුම්රිය ස්ථානයේ සිට A දුම්රිය ස්ථානය දෙසට නිශ්චලතාවයේ සිට චලිතය අරඹයි. Q දුම්රිය පැය බාගයක් P දුම්රියේ ආරම්භක ඒකකාර ත්වරණයෙන්ම ගමන් කර ලබාගත් ප්‍රවේගයෙන්, A දුම්රිය ස්ථානයේ නොනවත්වා ම ධාවනය කරයි. P හා Q හි චලිත සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් එකම රූපයක දක්වන්න.

ඒ නයින්, P දුම්රියේ ත්වරණය සොයා Q දුම්රිය සිය චලිතය අරඹා $\frac{f}{f-u}\ h$ කාලයකට පසු එය A දුම්රිය ස්ථානය පසු කරන බව පෙන්වන්න.

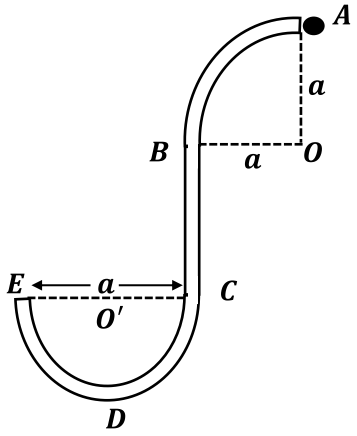
(b) S නැවක් පොළොවට සාපේක්ෂව $u\ km\ h^{-1}$ ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් උතුරු දෙසට යාත්‍රා කරයි. එක්තරා මොහොතක S ගෙන් $d\ km$ දුරක් බටහිරින් A බෝට්ටුවක් ද $2d\ km$ දුරක් නැගෙනහිරින් B බෝට්ටුවක් ද පිහිටයි. A බෝට්ටුව පොළොවට සාපේක්ෂව $\frac{3u}{2}\ km\ h^{-1}$ ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් සරල රේඛීය පෙතක S නැව අල්ලා ගැනීමේ අපේක්ෂාවෙන් ගමන් කරන අතර B බෝට්ටුව පොළොවට සාපේක්ෂව $2u\ km\ h^{-1}$ ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් සරල රේඛීය පෙතක S නැව අල්ලා ගැනීමේ අපේක්ෂාවෙන් ගමන් කරයි. A හා B හි චලිත සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ වෙන වෙනම ඇඳීමෙන් මුලින්ම නැව අල්ලා ගන්නේ කුමන බෝට්ටුව දැයි සොයන්න.

12. (a) රූපයේ දැක්වෙන්නේ සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත තබා ඇති ස්කන්ධය M වූ සුමට ඒකාකාර කුඤ්ඤයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය හරහා වූ, බිත්තියට ලම්බ සිරස් හරස්කඩ වේ. AB හා BC රේඛා ඒවා අඩංගු මුහුණත් වල උපරිම බෑවුම් රේඛා වේ. D යනු කුඤ්ඤයේ සිට a දුරින් පිහිටි සිරස් බිත්තිය මත, A හා C සමඟ එකම තිරස් මට්ටමේ පිහිටි අචල ලක්ෂ්‍යය වේ. මෙහි $F\hat{A}B = \frac{\pi}{3}$, $F\hat{A}B = \frac{\pi}{6}$ සහ $A\hat{F}E = C\hat{E}F = \frac{\pi}{2}$ වේ. C හි පිහිටි අචල සුමට කප්පිය මතින් යන ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් ස්කන්ධය $2m$ වූ අංශුවකට ඈඳා ඇති අතර අනෙක් කෙළවර D ලක්ෂ්‍යයට ඈඳා ඇත. ස්කන්ධය m වූ තවත් අංශුවක් AB මුහුණත මත අල්වා තබා ඇත. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි තන්තුව තදව ඇතිව පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. එක් අංශුවක් හෝ B වෙත ළඟාවීමට ප්‍රථම කුඤ්ඤය බිත්තිය වෙත ළඟාවේ නම්, කුඤ්ඤය බිත්තිය වෙත ළඟාවීමට ගතවන කාලය නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න.



PAPERMASTER.LK

(b) රූපයේ දැක්වෙන පරිදි $ABCDE$ සුමට තුනී නලයක් සිරස් තලයක සවි කර ඇත. AB කොටස කේන්ද්‍රය O වූ ද අරය a වූ ද වෘත්තයක $A\hat{O}B = \frac{\pi}{2}$ පරිදි වූ වෘත චාපයකි. BC යනු දිග a වූ සිරස් කොටසක් වේ. CDE යනු විෂ්කම්භය a වූ අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසකි. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් A හි තබා සීරුවෙන් නලය තුලට මුදාහරී.



(i) A සිට B දක්වා P හි චලිතයේ දී OA සමග θ $\left(0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}\right)$ කෝණයක් OP සාදන විට, එහි වේගය v නම් $v^2 = 2ga(1 - cos\theta)$ බව පෙන්වන්න.

(ii) P මත නලය මගින් ඇතිකෙරෙන අභිලම්භ ප්‍රතික්‍රියාව R නම්, R සොයන්න. තවද θ හි අගය $\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ දී R හි දිශාව ප්‍රතිවිරුද්ධ වන බව පෙන්වන්න.

(iii) E හිදී ප්‍රවේගය සොයා අභිලම්භ ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය $8mg$ වන බව පෙන්වන්න.

13. A, B, C, D, E හා F යනු සුමට තිරස් මේසයක් මත $AB = BC = CD = DE = l$ හා $EF = 2l$ වන පරිදි සරල රේඛීයව පිහිටි ලක්ෂ්‍ය හයකි. දිග $4l$ වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් මගින් A හා F ලක්ෂ්‍ය සම්බන්ධ කර, මේසය මත චලනය විය හැකි ස්කන්ධය m වූ P සුමට අංශුවක් D හිදී තන්තුවට සවිකර ඇත. අංශුව B වෙත ඇද නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. අංශුව t කාලයකදී A සිට E දෙසට x, $(l \leq x \leq 2l)$ දුරක් විස්ථාපනය වේ නම් අංශුවේ චලිත සමීකරණය $\ddot{x} + \frac{\lambda}{2ml}(x - 4l) = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. මෙහි λ යනු තන්තුවේ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය වේ.

(i) $X = x - 4l$ ලෙස ගැනීමෙන් $\ddot{X} + \frac{\lambda}{2ml}X = 0$ බව පෙන්වන්න.
ඉහත සමීකරණයේ විසඳුම් $X = \alpha \cos \omega t + \beta \sin \omega t$ ආකාරයේ යැයි උපකල්පනය කරමින් α, β හා ω නියතවල අගයයන් සොයන්න.
ඒ නයින්, අංශුව $\sqrt{\frac{2lm}{\lambda}} \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ කාලයකට පසු $\sqrt{\frac{5\lambda l}{2m}}$ ප්‍රවේගයෙන් C ලක්ෂ්‍යය පසු කරන බව පෙන්වන්න.

(ii) $2l \leq x \leq 4l$ සදහා Y සුදුසු ලෙස තෝරාගැනීමෙන්, අංශුවේ චලිත සමීකරණය $\ddot{Y} + \frac{\lambda}{ml}Y = 0$ යන්නෙන් දෙනු ලබනු බව පෙන්වන්න.
ඉහත සමීකරණයේ විසඳුම් $Y = \alpha'\cos(\omega'(t - t_0)) + \beta'\sin(\omega'(t - t_0))$ ආකාරයෙන් පවතී යැයි උපකල්පනය කරමින් α', β' හා ω' නියත වල අගයයන් සොයන්න. මෙහි $t_0 = \sqrt{\frac{2lm}{\lambda}} \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ වේ.

(iii) ආරම්භයේ සිට P අංශුව E ලක්ෂ්‍යය වෙත පළමු වරට පැමිණීමට ගතවන කාලය $2\sqrt{\frac{l}{m}} \left\{\frac{\pi}{2} - \cos^{-1}\left(\frac{2}{7}\right) + \frac{1}{\sqrt{2}}\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)\right\}$ බව පෙන්වන්න.

PAPERMASTER.LK

14. (a) O ලක්ෂ්‍යයක් අනුබද්ධයෙන් P හා Q ලක්ෂ්‍ය වල පිහිටුම් දෛශික පිලිවෙලින් $\underline{\mathbf{p}}$ හා $\underline{\mathbf{q}}$ වේ. L යනු $OL:LP = 3:4$ වන පරිදි OP මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් ද N යනු $ON:NQ = 5:2$ වන පරිදි OQ මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් ද වේ. PN සහ QL රේඛා වල ඡේදන ලක්ෂ්‍යය M නම් $\overrightarrow{OM} = \underline{\boldsymbol{q}} + \lambda\left(3\underline{\boldsymbol{p}} - 7\underline{\boldsymbol{q}}\right)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි λ යනු අදිශයකි.

$\overrightarrow{OM}$ සදහා තවත් ප්‍රකාශනයක් ලබා ගැනීමෙන් M ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය $\underline{\mathbf{p}}$ හා $\underline{\mathbf{q}}$ ඇසුරින් සොයන්න.

(b) XY තලයේ O මූල ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් ක්‍රියාකරන බල තුනකින් සමන්විත ඒකතල බල පද්ධතියක් පහත දැක්වේ.

ලක්ෂ්‍යය	පිහිටුම් දෛශිකය	බලය
A	$3a\,\boldsymbol{i} + 2a\,\boldsymbol{j}$	$4P\,\boldsymbol{i} + 3P\,\boldsymbol{j}$
B	$-a\,\boldsymbol{i}$	$-P\,\boldsymbol{i} + 4P\,\boldsymbol{j}$
C	$-a\,\boldsymbol{j}$	$5P\,\boldsymbol{i} - P\,\boldsymbol{j}$

මෙහි $\boldsymbol{i}$ හා $\boldsymbol{j}$ යනු සුපුරුදු අංකනයෙන් පිළිවෙලින් OX හා OY අක්ෂ ඔස්සේ ඒකක දෛශික ද P හා a යනු පිළිවෙලින් නිව්ටන් හා මීටර් වලින් මනින ලද ධන රාශි ද වේ.

පද්ධතිය විශාලත්වය $10P$ N තනි බලයකට ඌණනය වන බව පෙන්වා එම තනි බලයේ දිශාව හා ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

එම තනි බලයේ ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය $4y = 3x + 6a$ බවට පත් කිරීම සදහා පද්ධතියට එක් කළ යුතු යුග්මයේ විශාලත්වයත් දිශාවත් සොයන්න.

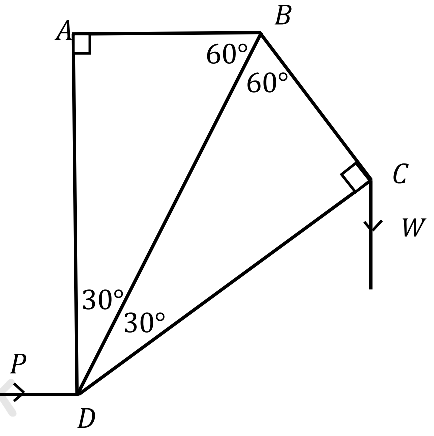
15. (a) AB, BC හා AC ඒකාකාර දඬු තුනක් ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයක් සෑදෙන පරිදි ඒවායේ අග්‍ර වලදී සුවල ලෙස සන්ධි කර ඇත. AB හා BC දඬු වල බර W බැගින් වන අතර AC හි බර $2W$ වේ. රාමු සැකිල්ල A සන්ධියෙන් නිදහස් ලෙස එල්ලා ඇත. AC දණ්ඩ සිරසට දරණ ආනතිය θ වේ. $tan\theta = \frac{\sqrt{3}}{4}$ බව පෙන්වන්න.

θ ඇසුරෙන් B සන්ධියේ දී AB මත ප්‍රතික්‍රියාව සෙවීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න.

(b) AB, BC, CD, DA හා BD සැහැල්ලු දඬු පහක් ඒවායේ කෙළවරවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කර රූපයේ දැක්වෙන පරිදි වූ රාමු සැකිල්ල සාදා ඇත. මෙහි $AB = BC, AD = CD,$ $A\hat{D}B = C\hat{D}B = 30°$ හා $A\hat{B}D = C\hat{B}D = 60°$ වේ. රාමු සැකිල්ල A හිදී සුමට ලෙස අසව් කර ඇති අතර C හිදී W භාරයක් එල්ලා ඇත. D හිදී යොදන ලද P තිරස් බලයක් මගින් AB තිරස්ව හා AD සිරස්ව රාමු සැකිල්ල සිරස් තලයක සමතුලිතතාවයේ පවතී. **බෝ අංකනය** භාවිතයෙන් C, B හා D සන්ධි සදහා ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ, එමගින්,

(i) දඬු වල ප්‍රත්‍යාබල සොයා ඒවා ආතති හෝ තෙරපුම් වශයෙන් වෙන් කර දක්වන්න.

(ii) P බලයේ විශාලත්වයත් A සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාවත් සොයන්න.

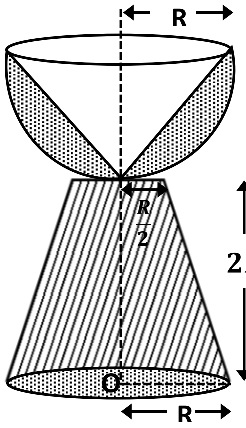


PAPERMASTER.LK

16.

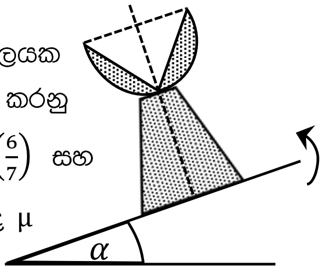
(i) අරය a වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි තල ආධාරකයේ කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{3a}{8}$ දුරකින් ද

(ii) උස h වූ ඒකාකාර ඍජු වෘත්තාකාර ඝන කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි පතුලේ කේන්ද්‍රයේ සිට සමමිතික අක්ෂය ඔස්සේ $\frac{1}{4}h$ දුරකින් ද පිහිටන බව පෙන්වන්න.



රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, උඩත් හා යටත් වෘත්තාකාර ගැට්වල අරයන් පිළිවෙළින් $\frac{R}{2}$ හා R වූ ද උස $2R$ වූ ද ඝන ඍජු වෘත්තාකාර කේතු ඡින්නකයක හැඩයෙන් යුත් ඒකාකාර කොන්ක්‍රීට් කුට්ටියක් සහ අරය R වූ ඝන අර්ධ ගෝලාකාර කබොලක් ඒවායේ අක්ෂ සිරස්ව සහ සමපාත වන පරිදි දෘඪව සවිකිරීමෙන් මල් පෝච්චියක් සාදා ඇත. මෙම අර්ධ ගෝලාකාර කබොල නිමවා ඇත්තේ අරය R වූ ඝන අර්ධ ගෝලයකින්, අරය R සහ උස R බැගින් වූ ඍජු වෘත්තාකාර ඝන කේතුක කොටසක් හාරා ඉවත් කිරීමෙනි. ඡින්නකය හා අර්ධ ගෝලාකාර කබොල ඒකක පරිමාවක ස්කන්ධය σ වූ එකම ද්‍රව්‍යයෙන් නිමවා ඇත.

මල් පෝච්චියේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය O සිට $\frac{7R}{6}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.



යාබද රූපයේ දැක්වෙන පරිදි මල් පෝච්චියේ පහල වෘත්තාකාර මුහුණත ආනත රළු තලයක උපරිම බෑවුම් රේඛාව ස්පර්ශ වන පරිදි තබා ඇත. දැන්, තලය සෙමෙන් උඩු අතට ඇල කරනු ලැබේ. මල් පෝච්චිය ආනත තලය මත සමතුලිතව පැවතීමට නම් $\alpha < \tan^{-1}\left(\frac{6}{7}\right)$ සහ $\mu \geq \tan\alpha$ විය යුතු බව පෙන්වන්න. මෙහි α යනු ආනත තලයේ තිරසට ආනතිය ද μ යනු මල් පෝච්චිය හා ආනත තලය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය ද වේ.

17. (a) නිෂ්පාදන ආයතනයක ඇති A, B හා C ලෙස තත්වයෙන් ශ්‍රේණිගත කර ඇති පෙනුමෙන් සමාන විදුලි බුබුලු සහිත පෙට්ටි $1:2:2$ අනුපාතයට ඇත. මෙම ශ්‍රේණි තුනෙහිම දෝෂ සහිත සහ දෝෂ රහිත ලෙස විදුලි බුබුලු වර්ග දෙකක් හමුවේ.

A, B හා C ශ්‍රේණිවල දෝෂ සහිත විදුලි බුබුලු හමුවීමේ සම්භාවිතා පිළිවෙළින් 0.00, 0.10, හා 0.20 වේ. අහඹු ලෙස තෝරාගත් පෙට්ටියකින් බල්බ දෙකක් අහඹු ලෙස තෝරා ගෙන පරීක්ෂා කරනු ලැබේ.

(i) තෝරා ගත් බල්බ දෙකම දෝෂ රහිත විදුලි බුබුලු වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(ii) තවද පරීක්ෂාවට භාජනය කල විදුලි බුබුලු දෙකම දෝෂ රහිත විදුලි බුබුලු නම්, එය B ශ්‍රේණියේ පෙට්ටියකින් ගත් බල්බයක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(b) එක්තරා පරීක්ෂණයකට පෙනී සිටි සිසුන් 70 දෙනෙකු ලබාගන්නා ලද ලකුණු වල සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක පන්ති ලකුණු සහ එක් එක් පන්ති ලකුණට අදාල සංඛ්‍යාත පහත වගුවේ දැක්වේ. සමත් වීමේ ලකුණ 35 වේ.

පන්ති ලකුණ	සංඛ්‍යාතය
35	05
45	10
55	15
65	30
75	05
85	05

$y_i = \frac{1}{10}(x_i - 55)$ යන පරිණාමනය භාවිතයෙන් මෙම ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාවය නිමානය කරන්න.

මෙම පරීක්ෂණයට පෙනී සිටි මුලු සිසුන් ගණන 100 ක් වන අතර මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය පිළිවෙළින් **48** හා **21.5** ලෙස දී ඇත. අසමත් සිසුන් 30 දෙනාගේ මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය නිමානය කරන්න.

PAPERMASTER.LK

***