

නව/පැරණි නිර්දේශය - புதிய/பழைய பாடத்திட்டம் - New/Old Syllabus

NEW/OLD
 இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
 Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2019 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2019 ஓகஸ்ட்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2019

උසස් ගණිතය I
உயர் கணிதம் I
Higher Mathematics I

11 S I

2019.08.28 / 0830 - 1140

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීමේ කාලය - මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time - 10 minutes

අමතර කියවීමේ කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.

උපදෙස්: විභාග අංකය

- * මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17).
- * **A කොටස**
සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
- * **B කොටස**
 ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- * නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- * ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(11) උසස් ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	

එකතුව

ඉලක්කමෙන්	
අකුරෙන්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ:	1
	2
අධීක්ෂණය කළේ:	

වෙ/පැරණි නිර්දේශය - புதிய/பழைய பாடத்திட்டம் - New/Old Syllabus

NEW/OLD ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
 இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்
 Department of Examinations, Sri Lanka
 இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்
 Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2019 අගෝස්තු
 கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2019 ஓகஸ்ட்
 General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2019

උසස් ගණිතය I
 உயர் கணிதம் I
 Higher Mathematics I

11 S I

B කොටස

* ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a) A, B හා C යනු S සර්වත්‍ර කුලකයක උපකුලක යැයි ගනිමු. ඔබ භාවිත කරන කුලක විෂයෙහි ඕනෑම ප්‍රතිඵලයක් පැහැදිලිව ප්‍රකාශ කරමින්,

- (i) $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$,
- (ii) $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$

බව පෙන්වන්න.

උදාහරණයක් භාවිතයෙන්, $A \setminus (B \cup C) \neq (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$ බව පෙන්වන්න.

(b) තරගයක දී, පාසලක් පහත දැක්වෙන පරිදි ප්‍රභේද තුනක් සඳහා පදක්කම් ප්‍රදානය කළේ ය.

- නැටුම් සඳහා පදක්කම් 45 ක් ප්‍රදානය කරන ලදී.
- ගායනා සඳහා පදක්කම් 21 ක් ප්‍රදානය කරන ලදී.
- ක්‍රීඩා සඳහා පදක්කම් 27 ක් ප්‍රදානය කරන ලදී.

මුළු පදක්කම්ලාභීන් සංඛ්‍යාව 54 නම් හා පුද්ගලයින් 13 දෙනෙකුට පමණක් වර්ග තුනෙන්ම පදක්කම් ලැබුණේ නම්, කීදෙනෙකුට හරියටම වර්ග දෙකකින් පදක්කම් ලැබුණේ ද?

12. (a) $a, b, c \in \mathbb{R}^+$ යැයි ගනිමු.

සමාන්තර මධ්‍යන්‍යය - ගුණෝත්තර මධ්‍යන්‍යය අසමානතාව භාවිතයෙන්, $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්,

- (i) $\frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c} \geq 6$,
- (ii) $x^2(1+y^2) + y^2(1+z^2) + z^2(1+x^2) \geq 6xyz$

බව පෙන්වන්න.

(b) $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ පරිණාමනය මගින් xy -තලයේ ලක්ෂ්‍ය $x'y'$ -තලයේ ලක්ෂ්‍ය බවට අනුරූපණය වේ.

ඉහත පරිණාමනය යටතේ, $y = mx + c$, ($m \neq \frac{2}{3}$ හා $c \neq 0$) රේඛාව අවිචලක වන පරිදි m හි අගය සොයන්න. $A \equiv (c, 0)$ හා $B \equiv (0, c)$ යනු xy -තලයේ ලක්ෂ්‍ය දෙකක් යැයි ගනිමු. මෙම පරිණාමනය යටතේ ඒවායේ ප්‍රතිබිම්බ වූ A' හා B' හි බිණ්ඩාංක සොයා, A' හා B' ලක්ෂ්‍ය $x' + y' = c$ රේඛාව මත පිහිටන බව සත්‍යාපනය කරන්න.

13. ධන නිඛිලමය දර්ශකයක් සඳහා ϵ මූලාචර් ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

ϵ මූලාචර් ප්‍රමේයය භාවිතයෙන්,

(i) $\cos 5\theta = \cos^5 \theta - 10 \cos^3 \theta \sin^2 \theta + 5 \cos \theta \sin^4 \theta$ හා

(ii) $\sin 5\theta = \sin^5 \theta - 10 \cos^2 \theta \sin^3 \theta + 5 \cos^4 \theta \sin \theta$

බව පෙන්වන්න.

$$\tan 5\theta = \frac{\tan \theta (\tan^4 \theta - 10 \tan^2 \theta + 5)}{(1 - 10 \tan^2 \theta + 5 \tan^4 \theta)}$$
 බව අපෝහනය කරන්න.

$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ සඳහා $\tan 5\theta = 0$ සමීකරණය විසඳා, $x^2 - 10x + 5 = 0$ සමීකරණයේ මූල $\tan^2\left(\frac{\pi}{5}\right)$ හා $\tan^2\left(\frac{2\pi}{5}\right)$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නගින්න, $\sec^2\left(\frac{\pi}{5}\right) + \sec^2\left(\frac{2\pi}{5}\right) = 12$ බව පෙන්වන්න.

14.(a) C_1 හා C_2 යනු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා, $y = \frac{4x}{1+x}$ හා $y = \frac{2}{3}x^2$ මගින් දෙනු ලබන වක්‍ර යැයි ගනිමු. C_1 හා C_2 හි ජේදන ලක්ෂ්‍යවල බණ්ඩාංක සොයන්න.

ස්පර්ශෝන්මුඛ හා හැරුම් ලක්ෂ්‍ය (ඇත්නම්) පැහැදිලිව පෙන්වමින්, C_1 හා C_2 හි ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් එකම රූපයක අඳින්න. C_1 හා C_2 මගින් ආවෘත වර්ගඵලය සොයන්න.

C_1 හා C_2 වක්‍ර මගින් ආවෘත වර්ගඵලය, x -අක්ෂය වටා සෘජුකෝණ 4 කින් පරිභ්‍රමණය කිරීමෙන් ජනනය වන ඝනයේ පරිමාවක් සොයන්න.

(b) $2x^2 \frac{dy}{dx} - 2xy + y^2 = 0$ අවකල සමීකරණය විසඳන්න.

15.(a) $I_n = \int_0^{2\pi} \sin^n(x+\alpha) dx$ යැයි ගනිමු; මෙහි α යනු තාත්ත්වික නියතයක් ද, n යනු $n \geq 2$ වන පරිදි වූ නිඛිලයක් ද වේ.

$n \geq 2$ සඳහා, $n I_n = (n-1) I_{n-2}$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නගින්න, $\int_0^{2\pi} (\sqrt{3} \sin x + \cos x)^6 dx$ හි අගය සොයන්න.

(b) $y = \tan(e^{2x} - 1)$ යැයි ගනිමු.

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = 2 \frac{dy}{dx} (1 + ye^{2x})$$
 බව පෙන්වන්න.

ඒ නගින්න, y හි මැක්ලෝරින් ශ්‍රේණි ප්‍රසාරණය x^4 අඩංගු පදය දක්වා, එයත් ඇතුළත්ව සොයන්න.

16. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ඉලිප්සයෙහි (x_1, y_1) ලක්ෂ්‍යයෙහි දී ස්පර්ශකයේ සමීකරණය $\frac{xx_1}{a^2} + \frac{yy_1}{b^2} = 1$ බව පෙන්වන්න.

ඉලිප්සයට විකේන්ද්‍රික කෝණය θ වූ P ලක්ෂ්‍යයෙහි දී ස්පර්ශකයේ සමීකරණය අපෝහනය කර, P හි දී ඉලිප්සයට අභිලම්බය, $(a \sec \theta)x - (b \operatorname{cosec} \theta)y = a^2 - b^2$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

T හා T' යනු ස්පර්ශකයට පිළිවෙලින් OX හා OY අක්ෂ හමුවන ලක්ෂ්‍ය යැයි ද N හා N' යනු අභිලම්බයට OX හා OY අක්ෂ හමුවන ලක්ෂ්‍ය යැයි ද ගනිමු.

(i) θ විචලනය වන විට NN' හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයේ පථයෙහි සමීකරණය $4(a^2x^2 + b^2y^2) = (a^2 - b^2)^2$ බව පෙන්වන්න.

(ii) TT' හා NN' රේඛා ඛණ්ඩාංක අක්ෂවලට සමානව ආනත වන විට $\theta \left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$ විකේන්ද්‍රික කෝණයෙහි අගය සොයන්න. මෙම අවස්ථාවේ දී, a හා b ඇසුරෙන් (TT') (NN') සොයන්න.

17.(a) $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $f(x) = \frac{\sin 2x}{2 + \cos 2x}$ යැයි ගනිමු.

(i) $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $-\frac{1}{\sqrt{3}} \leq f(x) \leq \frac{1}{\sqrt{3}}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $0 \leq x \leq \pi$ සඳහා $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

(b) පහත දැක්වෙන වගුවේ දී ඇති e^{-x^2} හි අගයන් සහිතව **සීමිත නිතිය භාවිතයෙන්**, $\int_0^1 e^{-x^2} dx$ සඳහා ආසන්න අගයක් සොයන්න.

x	0	0.25	0.50	0.75	1
e^{-x^2}	1	0.9394	0.7788	0.5698	0.3679

$\int_0^1 e^{(\ln 2 - 9x^2)} dx$ සඳහා ආසන්න අගයක් අපෝහනය කරන්න.

නව/පැරණි නිර්දේශය - புதிய/பழைய பாடத்திட்டம் - New/Old Syllabus

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
 இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
 Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2019 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2019 ஓகஸ்ட்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2019

උසස් ගණිතය II
உயர் கணிதம் II
Higher Mathematics II

11
S
II

2019.08.31 / 1300 - 1610

පැය තුනයි
 மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time - 10 minutes

අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.

උපදෙස්:

විභාග අංකය

- * මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17).
- * **A කොටස**
සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
- * **B කොටස**
 ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- * නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාවේ පිටතට භාර දෙන්න.
- * ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.
- * සංඛ්‍යාත වගු සපයනු ලැබේ.
- * g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(11) උසස් ගණිතය II		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	

එකතුව

ඉලක්කමෙන්	
අකුරෙන්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ:	1
	2
අධීක්ෂණය කළේ:	

7. පාටින් හැර අන් සෑම අයුරකින්ම සර්වසම වූ රතු පාට බෝල 10 ක් හා කොළ පාට බෝල 15 ක් පෙට්ටියක අඩංගුව ඇත. මෙම පෙට්ටියෙන්, සසම්භාවීව එකකට පසුව එකක් බැගින්, ප්‍රතිස්ථාපන සහිතව බෝල ඉවතට ගනු ලැබේ.

(i) 3 වන ඉවතට ගැනීමේ දී හෝ ඊට පෙර පළමු රතු බෝලය ලැබීමේ සම්භාවිතාව ගණනය කරන්න.

(ii) ඉවතට ගනු ලැබූ පළමු බෝල 5 රතු පාට ඒවා බව දී ඇති විට, 8 වන ඉවතට ගැනීමේ දී පළමු කොළ බෝලය ලැබීමේ අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව ගණනය කරන්න.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

8. එක්තරා ලේඛනයක පිටුවක ඇති මුද්‍රණ දෝෂ ගණන මධ්‍යන්‍යය 2.1 ක් වූ පොයිසොන් ව්‍යාප්තියක් අනුගමනය කරයි. සසම්භාවීව තෝරා ගත් පිටුවක

(i) හරියටම මුද්‍රණ දෝෂ 1 ක්,

(ii) අඩු තරමින් මුද්‍රණ දෝෂ 3 ක් වත් තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

නව/පැරණි නිර්දේශය - புதிய/பழைய பாடத்திட்டம் - New/Old Syllabus

NEW/OLD இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்
 Department of Examinations, Sri Lanka இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் Department of Examinations, Sri Lanka இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்
 Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2019 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2019 ஓகஸ்ட்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2019

උසස් ගණිතය II
உயர் கணிதம் II
Higher Mathematics II

11 S II

B කොටස

* ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. O මූලයකට අනුබද්ධයෙන් පහත වගුවේ දී ඇති පරිදි පිහිටුම් දෛශික සහිත ලක්ෂ්‍යවල දී ක්‍රියාකරන බල තුනකින් පද්ධතියක් සමන්විත වේ.

ලක්ෂ්‍යය	පිහිටුම් දෛශිකය	බලය
A_1	$r_1 = 2i - 4j$	$F_1 = i + 4j - k$
A_2	$r_2 = j - 3k$	$F_2 = -3i + j - 2k$
A_3	$r_3 = 2i - j + k$	$F_3 = -i - j + 2k$

O මූලයෙහි දී, $\pm F_s, s = 1, 2, 3$ බල ඇතුළු කිරීමෙන් දෙන ලද පද්ධතිය O මූලයෙහි දී ක්‍රියාකරන $R = \sum_{s=1}^3 F_s$ තනි බලයක් සමග දෛශික සූර්ණය $G = \sum_{s=1}^3 r_s \times F_s$ වූ යුග්මයකට උභතනය කළ හැකි බව පෙන්වන්න.

R හා G දෛශික, i, j හා k ඇසුරෙන් සොයන්න.

පද්ධතිය විශාලත්වය $\sqrt{26}$ වූ R තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට තුල්‍ය බව අපෝහනය කරන්න.

F_1 හා F_2 හි ක්‍රියා රේඛා r_0 පිහිටුම් දෛශිකය සහිත එක්තරා A_0 ලක්ෂ්‍යයක දී හමුවන බව පෙන්වන්න; මෙහි r_0 යන්න නිර්ණය කළ යුතු වේ. F_3 හි ක්‍රියා රේඛාවක් A_0 ලක්ෂ්‍යය හරහා යන බව සත්‍යාපනය කරන්න.

R තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයෙහි ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය $r = r_0 + \gamma R$ ආකාරයෙන් ලියා දක්වන්න.

මෙම රේඛාවට xy -තලය හමුවන ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න.

ඒ හෙයින්, R සම්ප්‍රයුක්ත බලයෙහි ක්‍රියා රේඛාවේ කාටිසිය සමීකරණ $\frac{x-6}{3} = \frac{y+4}{-4} = \frac{z}{1}$ ලෙස ලබාගත හැකි බව පෙන්වන්න.

දෙන ලද බල පද්ධතිය පිහිටන තලයේ කාටිසිය සමීකරණය $x+3z=0$ ලෙස ලබාගත හැකි බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.

12. AB යන්න DC ට සමාන්තර ද $AB = 3a, DC = a$ හා $\hat{BAD} = \hat{ABC} = \frac{\pi}{4}$ ද වූ $ABCD$ ත්‍රැපීසියමක ආකාරයෙන් වූ ආස්තරයක් සමජාතීය ද්‍රවයක, AB ද්‍රවයේ නිදහස් පෘෂ්ඨය මත වන පරිදි සිරස්ව ගිල්වනු ලැබේ. $ABCD$ ආස්තරයෙහි පිඩන කේන්ද්‍රය AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වූ E සිට $\frac{3a}{5}$ දුරක් සිරස්ව පහළින් ඇති බව පෙන්වන්න.

ඉහත $ABCD$ ආස්තරයේ හැඩය ඇති දොරක් AB තිරස්ව ද CD යන්න AB ට පහළින් ද ඇතිව ටැංකියක සිරස් පැත්තක් මත සාදනු ලැබේ. දොර, CD දිගේ සුමටව අසව් කර ඇත. ඝනත්වය ρ වන සමජාතීය ද්‍රවයකින් AB හි මට්ටමට ටැංකිය පුරවනු ලැබේ. ද්‍රවය ටැංකිය තුළම රැඳෙන පරිදි දොර වසා තැබීමට E හි දී යෙදිය යුතු අඩුතම බලය සොයන්න.

13. එන්ජම මගින් සෘජු තිරස් මාර්ගයක් දිගේ ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහිව දුම්බරයක් ඇදගෙන යන අතර, ඕනෑම වේලාවක ප්‍රතිරෝධය දුම්බරයේ ගම්‍යතාව මෙන් k ගුණයක් වේ; මෙහි k නියතයකි. එන්ජම $9Mkv_0^2$ නියත ජවයකින් ක්‍රියා කරයි; මෙහි M යනු එන්ජමේ හා දුම්බරයේ මුළු ස්කන්ධයයි.

(i) දුම්බරයට ලබාගත හැකි උපරිම වේගය $3v_0$ බවත්

(ii) වේගය v_0 සිට $2v_0$ දක්වා වැඩි කර ගැනීමට දුම්බරය ගන්නා කාලය $\frac{1}{2k} \ln\left(\frac{8}{5}\right)$ බවත් පෙන්වන්න.

දුම්බරය U වේගයෙන් චලනය වන විට එහි ජවය විසන්ධි කරනු ලබන අතර, ඉහත ප්‍රතිරෝධයට අමතරව F නියත රෝධක බලයක් යොදනු ලැබේ. ජවය විසන්ධි කිරීමෙන් $\frac{1}{k} \ln\left(\frac{F+MkU}{F}\right)$ කාලයකට පසු දුම්බරය නවතින බව පෙන්වන්න.

14. සුමට තිරස් මේසයක් මත නිසලව තිබෙන ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක්, ස්වභාවික දිග a හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය mg වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් මගින් මේසය මත O අවල ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර ඇත. කාලය $t = 0$ වන විට P අංශුව O සිට a දුරකින්, තන්තුව යම්තම් නොබුරුල්ව ඇති අතර, P අංශුව, තන්තුවේ ආරම්භක රේඛාවට ලම්බ දිශාවකට විශාලත්වය $U = 2\sqrt{\frac{ga}{3}}$ වූ ප්‍රවේගයකින් මේසය දිගේ ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ.

ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය හා O වටා කෝණික ගම්‍යතා සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන්

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = U^2 \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) - \frac{g}{a}(r-a)^2$$

බව පෙන්වන්න.

(i) තන්තුවේ උපරිම දිග $2a$ බව හා මෙම මොහොතේ දී තන්තුවේ ආතතිය mg බව ද

(ii) මෙම මොහොතේ දී අංශුවේ වේගය $\frac{U}{2}$ බව ද

අපෝහනය කරන්න.

$$\frac{dr}{dt} \neq 0 \text{ වන විට, } r \text{ හා } a \text{ ඇසුරෙන් } \frac{d^2r}{dt^2} \text{ සොයන්න.}$$

15. (i) ස්කන්ධය M හා අරය a වූ ඒකාකාර කුහර වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයක එහි අක්ෂය වටා අවස්ථිති සූර්ණය Ma^2 බව ද

(ii) ස්කන්ධය m හා අරය a වූ ඒකාකාර වෘත්තාකාර තැටියක, කේන්ද්‍රය හරහා යන, එහි තලයට ලම්බ අක්ෂය වටා අවස්ථිති සූර්ණය $\frac{1}{2}ma^2$ බව ද පෙන්වන්න.

අරය a හා දිග $3a$ වූ සෘජු වෘත්තාකාර කුහර සිලින්ඩරයක දෙකෙළවරට එක එකක අරය a වූ ඒකාකාර වෘත්තාකාර තැටි දෙකක් සවි කිරීමෙන් සංවෘත C භාජනයක්, තුනී ඒකාකාර ලෝහ තහඩුවකින් සාදා ඇත. C භාජනයෙහි අක්ෂය වටා විභ්‍රමණ අරය k යන්න, $k^2 = \frac{7}{8}a^2$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

භාජනය, තිරසර ආතතිය α වූ රළු තලයක උපරිම බෑවුම් රේඛාවලට ලම්බව අක්ෂය තිරස්ව ඇතිව තලයේ පහළට, ලිස්සීමකින් තොරව පෙරළී යයි.

මෙම වලිතයේ දී C භාජනයේ f ත්වරණය $f = \frac{8}{15}g \sin \alpha$ මගින් දෙනු ලබන බවත්,

භාජනය හා තලය අතර සර්ෂණ සංගුණකය μ යන්න, $\mu > \frac{8}{15} \tan \alpha$ වන පරිදි විය යුතු බවත් පෙන්වන්න.

16.(a) X යනු මිනිත්තු පහක ප්‍රාන්තරයක දී එක්තරා රථ ගාලකින් ඉවතට යන රථ සංඛ්‍යාව යැයි ගනිමු. X ට පහත දැක්වෙන සම්භාවිතා ව්‍යාප්තිය ඇතැයි සිතමු.

x	1	2	3	4	5	6
$P(X=x)$	p	$2p$	$3p$	$3p$	$2p$	p

p හි අගය හා X හි අපේක්ෂිත අගය $E(X)$ සොයන්න.

X හි සම්මත අපගමනය $\frac{\sqrt{7}}{2}$ බව පෙන්වන්න.

Y යන සසම්භාවී විචල්‍යය $Y = 2X + 3$ මගින් අර්ථ දැක්වේ. Y හි අපේක්ෂිත අගය $E(Y)$ හා Y හි සම්මත අපගමනය සොයන්න.

තව ද $P(Y \geq E(Y))$ හි අගය ද සොයන්න.

(b) සියුම් සැත්කමකින් රෝගියකු සුව වීමේ සම්භාවිතාව $\frac{2}{5}$ ක් වේ. මෙම සැත්කමට භාජනය වූ රෝගීන් 5 දෙනෙකු අහඹු ලෙස අධීක්ෂණය කරන ලදී.

- (i) අඩුතම වශයෙන් 3 දෙනෙකු සුව වීමේ
 - (ii) හරියටම 2 දෙනෙකු සුව වීමේ
 - (iii) කිසි කෙනෙකු සුව නොවීමේ
- සම්භාවිතාව සොයන්න.

17.(a) එක්තරා වර්ගයක විදුලි පහනක ආයු කාලය, පැය T ,

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{a} e^{-\left(\frac{1}{b}\right)t} & , t \geq 0 \\ 0 & , \text{එසේ නොවන විට,} \end{cases}$$

සම්භාවිතා ඝනත්ව ශ්‍රිතයෙන් ආදර්ශනය කළ හැකි ය; මෙහි a හා b ධන නියත වේ.

$a = b$ බව පෙන්වන්න.

එම වර්ගයේ විදුලි පහන්වලින් 40% ක ආයු කාලය පැය 2000 කට වැඩි බව දී ඇත. a හා b හි පොදු අගය සොයන්න.

T හි ව්‍යාප්ති ශ්‍රිතය සොයා, ඒ නඹින්, $P(T > t+c | T > c) = P(T > t)$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $t \geq 0$ හා c ධන නියතයක් වේ.

(b) අධිවේගී මාර්ගයක එක්තරා A ලක්ෂ්‍යයක් පසු කර යන වාහනවල වේග ප්‍රමාණ ලෙස ව්‍යාප්ත වී ඇති බවට සැලකිය හැකි ය. A ලක්ෂ්‍යය පසු කර යන වාහනවලින් 95% ක් 85 km h^{-1} ට අඩු වේගයෙන් ගමන් කරන බවත්, 10% ක් 55 km h^{-1} ට අඩු වේගයෙන් ගමන් කරන බවත් නිරීක්ෂණ පෙන්වුම් කරයි.

- (i) A ලක්ෂ්‍යය පසු කර යන වාහනවල මධ්‍යක වේගය සොයන්න.
- (ii) 70 km h^{-1} ට වැඩි වේගයෙන් ගමන් කරන වාහනවල ප්‍රතිශතය සොයන්න.
