උසස් පෙළ සංයුක්ත ගණිතය විෂය නිර්දේශය සඳහා සැකසුනු මෙම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සැපයීමෙන් ඔබගේ දැනුම දියුණු කර ගැනීමත් ඉදිරියේදී ඔබගේ දක්ෂතාව වර්ධනය කර ගැනීමත් අපේක්ෂා කෙරේ.

උසස් පෙළ සංයුක්ත ගණිතය: 1 වෙනි පත්‍රය : Part A

1. n යනු ධන නිඛිලයක් වන විට $1+2+3+\ldots+n+(n+1)+n+\ldots+3+2+1$ යන ප්‍රකාශනය සහ $(n+1)^2$ තුල්‍ය බව සාධනය කිරීමට ගණිත අභ්‍යුහන මූල ධර්මය භාවිත කරන්න.

2. **ORGANIC** යන වචනයෙහි අක්ෂර සියල්ලම යොදා ගෙන සෑදිය හැකි වෙනස් පිළියෙල කිරීම් ගණන සොයන්න. මෙම පිළියෙල කිරීම්වලින් කොපමණක ප්‍රාණාක්ෂර(vowels) එක ළඟ පවතියිදැයි සොයන්න.

3. $(1+ax)^n$ සඳහා ද්විපද ප්‍රසාරණය ලියන්න. මෙහි a යනු ධන නියතයක්ද n යනු ධන නිඛිලයක්ද වේ.

   $(1+ax)^n = c_o + c_1x + c_2x^2 + \ldots + c_rx^r + \ldots$යැයි ගනිමු. c_k යනු මෙම ප්‍රසාරණයේ පදවල විශාලතම සංගුණකය වේ නම්, c_k සහ c_{k-1} සංසන්දනයෙන් හෝ අන් අයුරකින් හෝ k යනු $\frac{a(n+1)}{1+a}$ හි නිඛිලමය කොටස බව පෙන්වන්න.

4. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1-\cos 4x}{x^2} = 8$ බව පෙන්වන්න.

5. $y = \ln \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$ ශ්‍රිතයේ අවකලන සංගුණකය සොයන්න.

   එනයින්, $\int \frac{dx}{x\sqrt{x+1}}$ සොයන්න.

6. $y = x(x^2-3)$ ශ්‍රිතයේ ස්ථාවර ලක්ෂ්‍ය සොයා ඒවායේ ස්වභාවය නිර්ණය කරන්න.

7. $xy = c^2$ මගින් දෙනු ලබන වක්‍රය සලකන්න. මෙහි c යනු නිශ්ශුන්‍ය නියතයකි. වක්‍රය මත වූ (ct, ct^{-1}) ලක්ෂ්‍යයේදී වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ සමීකරණය සොයන්න.

   Ox සහ Oy අක්ෂ දෙකට සමාන ආනතියක් සහිතව වක්‍රයට ඇඳිය හැකි ස්පර්ශක ප්‍රමාණය නිර්ණය කරන්න.

8. ත්‍රිකෝණයක ශීර්ෂ $A(3,2)$, $B(-1,-1)$ සහ $C(-1,5)$ වේ. A ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ වන මධ්‍යස්ථයට සම්මුඛ පාදය හමු වන ලක්ෂ්‍යයෙහි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.
   එනයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ ABC යනු සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් වන බව නිර්ණය කරන්න.

9. $x^2+y^2-10x-8y+31=0$ වෘත්තයේ අරය සහ කේන්ද්‍රයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.
   $A(a,0)$ ලක්ෂ්‍යයේ සිට මෙම වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශක ප්‍රලම්බ වේ නම් a සඳහා විය හැකි අගය සියල්ලම සොයන්න.

10. ඕනෑම ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සුපුරුදු අංකනයෙන්,

    $(b+c)\sin\frac{A}{2} = a\sin\left(\frac{A}{2}+B\right)$ වන බව $sine$ සූත්‍රය යෙදීමෙන් පෙන්වන්න.

OpenLearning © University of Sri Jayewardenepura Powered by Japura Media

PAPERMASTER.LK

උසස් පෙළ සංයුක්ත ගණිතය: 1 වෙනි පත්‍රය : Part B

11.(a) $f(x) = ax^2 + bx + c$ වර්ගජ ශ්‍රිතයෙහි මූල α සහ β යැයි ගනිමු. $\alpha + \beta$ සහ $\alpha\beta$ සඳහා ප්‍රකාශන මෙම වර්ගජ ශ්‍රිතයෙහි සංගුණක ඇසුරෙන් ව්‍යුත්පන්න කරන්න.

සර්වසම නොවන $y = ax^2 + bx - c$ සහ $y = ax^2 + cx + b$ වර්ගජ ශ්‍රිත දෙකට පොදු මූලයක් පවතියි ම නම් පමණක් $a + b + c = 0$ වන බව පෙන්වන්න.
ඒවායේ ඉතිරි මූල දෙනෙක් තෘප්ත වන වර්ගජ ශ්‍රිතය ගොඩ නඟන්න.

ඉහත ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන්, $ax^2 - 4x + c = 0$ සහ $3cx^2 + cx - 4 = 0$ වර්ගජ සමීකරණ දෙකට පොදු මූලයක් පවතින පරිදි a සහ c නියත නිර්ණය කරන්න.
ඒවායේ ඉතිරි මූල දෙනෙක් තෘප්ත වන වර්ගජ සමීකරණය ද සොයන්න.

(b) ශේෂ ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරන්න.

$p(x) = x^3 + ax^2 + b$ සහ $q(x) = ax^3 + bx^2 + x - a$ යැයි ගනිමු. මෙහි a සහ b යනු නිශ්ශූන්‍ය නියත වේ. මෙම බහුපදවලට පොදු සාධකයක් පවතියි නම් එම පොදු සාධකය $(b - a^2)x^2 + x - a(1+b)$ හි ද සාධකයක් බව පෙන්වන්න.

එනයින්, $x^3 + 2x^2 + 5$ සහ $2x^3 + 5x^2 + x - 2$ බහුපදවලට පොදු සාධකයක් පවතියි දැයි නිර්ණය කරන්න.

12.(a)(i) ගණිත අභ්‍යුහන මූල ධර්මය භාවිතයෙන්, සියලු ධන නිඛිලමය n සඳහා

$$\sum_{r=1}^{n} r(r+1) = \frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$$ බව සාධනය කරන්න.

(ii) $V(1) = 0$ සහ $r \geq 2$ වන විට, $V(r) - V(r-1) = r(r+1)$ වේ නම්,

$V(r) = \frac{r}{3}(r+1)(r+2)$ බව ලබා ගන්න.

$r \geq 1$ සඳහා $r \times u_r = V(r)$ ලෙස අර්ථ දැක් වේ. $r \geq 1$ සඳහා $u_r = f(r+1) - f(r)$ වන පරිදි f නම් ශ්‍රිතයක් සොයන්න.

එනයින්, $\sum_{r=1}^{n} u_r$ සොයන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} u_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණියෙහි අභිසාරිතාවය පිළිබඳව ඔබගේ අදහස් ප්‍රකාශ කරන්න.

(b) $y = |x - 2|$ හි ප්‍රස්තාරයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

ඒනයින්, $y = 1 - |x - 2|$ හි ප්‍රස්තාරයෙහි දළ සටහනක් ඉදිරිපත් කරන්න.

එම සටහනෙහිම $x - 3y - 3 = 0$ හි ප්‍රස්තාරය ඇඳ, $3|x - 2| + x \leq 6$ තෘප්ත කරන සියලු තාත්ත්වික x නිර්ණය කරන්න.

13.(a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ නම් A^2 සොයන්න.

OpenLearning © University of Sri Jayewardenepura Powered by Japura Media

PAPERMASTER.LK

A^2 යන්න සුදුසු අදිශයක් වන λ සමගින් λI_2 ලෙස ඉදිරිපත් කළ හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි I_2 යනු 2 ගණයේ ඒකක න්‍යාසය වේ.

එනයින්, A^{-1} නිර්ණය කරන්න.

$2x + y = 3$
$x - 2y = 4$ සමගාමී සමීකරණ පද්ධතිය න්‍යාස ආකාරයෙන් ඉදිරිපත් කර එහි විසඳුම ලබා ගන්න.

(b) z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක මාපාංකය $|z|$ සහ විස්තාරය $\arg(z)$ අර්ථ දක්වන්න.

z_1 සහ z_2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා වේ නම් $|z_1 z_2| = |z_1||z_2|$ සහ $\arg(z_1 z_2) = \arg(z_1) + \arg(z_2)$ බව පෙන්වන්න.

ආගන්ඩ් සටහනේ P_1 සහ P_2 ලක්ෂ්‍යවලින් z_1 සහ z_2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා පිළිවෙලින් නිරූපණය කරයි. P_1 ලක්ෂ්‍යය වටා P_1P_2 රේඛා ඛණ්ඩය වාමාවර්තව සෘජු කෝණයක් භ්‍රමණයෙන් ලැබෙන P_1P_3 රේඛා ඛණ්ඩයේ P_3 ලක්ෂ්‍යයෙන් $(1-i)z_1 + iz_2$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව නිරූපණය වන බව පෙන්වන්න.

ආගන්ඩ් සටහනක A ලක්ෂ්‍යයෙන් $1+3i$ යන සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව නිරූපණය කරයි. $OABC$ යනු සමචතුරස්‍රයක් ද, O යනු මූල ලක්ෂ්‍යය ද වේ. මෙවිට B සහ C ලක්ෂ්‍යවලින් නිරූපණය වන සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිර්ණය කරන්න.

14.(a) $y = a\cos(\ln x) + b\sin(\ln x)$ යැයි ගනිමු. මෙහි a සහ b යනු නියතද, $0 < x$ ද වේ. $\frac{d}{dx}y$ සහ $\frac{d^2}{dx^2}y$ සොයා

$x^2\frac{d^2}{dx^2}y + x\frac{d}{dx}y + y$ යන්න x න් ස්වායත්ත බව පෙන්වන්න.

$x = 1$ වන විට $\frac{d}{dx}y = 1$ සහ $\frac{d^2}{dx^2}y = -2$ වේ නම් a සහ b හි අගය සොයන්න.

(b) $f(x) = \dfrac{x^2 - 16}{x - a}$ යන ශ්‍රිතය සලකන්න. මෙහි a යනු තාත්ත්ත්වික නියතයකි. පහත ඒවා පෙන්වන්න.

(i) $a^2 < 16$ වේ නම් මෙම ශ්‍රිතයට ස්ථාවර ලක්ෂ්‍ය නොමැති බවත් දෙන ලද ඕනෑම තාත්ත්ත්වික y_o අගයක් සඳහා $y_o = f(x_o)$ වන පරිදි තාත්ත්ත්වික x_o පවතින බව;

(ii) $a^2 \geq 16$ වේ නම් මෙම ශ්‍රිතයට ස්ථාවර ලක්ෂ්‍ය ඇති බවත් දෙන ලද ඕනෑම තාත්ත්ත්වික y_o අගයක් සඳහා $y_o = f(x_o)$ වන පරිදි තාත්ත්ත්වික x_o නොපවතින බව;

$a = 5$ අවස්ථාව සඳහා ප්‍රස්තාරය ඇඳීමෙන් ඔබගේ **(ii)** කොටසෙහි පිළිතුර සත්‍යාපනය කරන්න.

15.(a) සුදුසු ආදේශයක් භාවිතයෙන්,

$$\int \frac{1}{(x+1)\sqrt{x^2+3x+2}}\,dx$$ සොයන්න.

(b) $x(1-x^2) = (x-2)(1+x^2) + 2$ බව සත්‍යාපනය කරන්න.

එනයින්, $\int \frac{x(1-x^2)}{1+x^2}\,dx$ සොයන්න.

OpenLearning © University of Sri Jayewardenepura Powered by Japura Media

PAPERMASTER.LK

$[0,1]$ ප්‍රාන්තරය පුරා $x(1-x^2)\geq 0$ බව පෙන්වා ඉහත අනුකලය සැලකීමෙන්, $\pi \geq 3$ බව ලබා ගන්න.

15.(c) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය යෙදීමෙන්, n යනු ධන නිඛිලයක් වන විට,

$$\int \frac{1}{(1+x^2)^{n+1}}\,dx = \frac{1}{2n}\frac{x}{(1+x^2)^n} + \frac{2n-1}{2n}\int \frac{1}{(1+x^2)^n}\,dx$$ බව පෙන්වන්න.

මෙම ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් හෝ අන් අයුරකින් හෝ $\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{1}{(1+x^2)^3}\,dx = \frac{\pi}{8}$ බවත් පෙන්වන්න.

16.(a) (x_o, y_o) ලක්ෂ්‍යයේ සිට $ax+by+c=0$ රේඛාවට ඇඳි ලම්බය සහ එම රේඛාව හමු වන ලක්ෂ්‍යයෙහි ඛණ්ඩාංක සුදුසු පරාමිතික අගයක් සමගින්
(x_o+at, y_o+bt) ලෙස ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න.

එනයින්, $C(2,3)$ ලක්ෂ්‍යයේ සිට $A(6,3)$ සහ $B(2,7)$ ලක්ෂ්‍ය යා කරන රේඛාවට ඇඳි ලම්බය සහ එම රේඛාව හමු වන ලක්ෂ්‍යයෙහි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

ABC යනු සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් බව **අපෝහනය කරන්න**.

(b) පළමු පාදකයෙහි කේන්ද්‍රය පිහිටි වෘත්තයක් Ox සහ Oy අක්ෂ ස්පර්ශ කරයි. වෘත්තයේ අරය a වේ නම් එහි කේන්ද්‍රයේ ඛණ්ඩාංක ලියන්න.
මෙම වෘත්තය තව දුරටත් $3x-4y-12=0$ රේඛාව ද ස්පර්ශ කරයි නම් වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

$3x-4y-12=0$ රේඛාව මත ඉහත වෘත්තයෙහි ප්‍රතිබිම්බයෙහි සමීකරණය ද සොයන්න.

17.(a) ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින් සූත්‍රය ප්‍රකාශ කරන්න.

$A+B+C=\pi$ වේ නම්, **(i)** $\sin\left(\frac{A+C}{2}\right)=\cos\frac{B}{2}$ බවත්

(ii) $\sin\left(\frac{A+B-C}{2}\right)=\cos C$ බවත් පෙන්වන්න.

සුපුරුදු අංකනයෙන්, ABC ත්‍රිකෝණයක කෝණ වන A, B සහ C සඳහා

$\tan\frac{A}{2}, \tan\frac{B}{2}$ සහ $\tan\frac{C}{2}$ සමාන්තර ශ්‍රේණියක අනුයාත පද වේ නම් $\cos A, \cos B$ සහ $\cos C$ ද එසේම වන බව පෙන්වන්න.

(b) $\cos^{-1}x+\cos^{-1}y+\cos^{-1}z=\pi$ වේ නම්, $x^2+y^2+z^2=1-2xyz$ බව සාධනය කරන්න.

(c) $\tan^{-1}x+\tan^{-1}(2x)=\frac{\pi}{4}$ සමීකරණය විසඳන්න.

* * *

OpenLearning © University of Sri Jayewardenepura Powered by Japura Media
PAPERMASTER.LK

උසස් පෙළ සංයුක්ත ගණිතය: 2 වෙනි පත්‍රය : Part A

1. නිසලතාවයේ සිට ගමන් අරඹන වාහනයක් ගමනේ මුල් කොටස a නියත ත්වරණයෙන්ද ඉන්පසු u නියත ප්‍රවේගයෙන්ද අවසානයේදි a නියත මන්දනයෙන්ද ගමන් කර නිසලතාවයට පැමිණෙයි. මුළු ගමනේ මධ්‍යක ප්‍රවේගය $\frac{7u}{8}$ නම් ගමනේ යෙදුනු මුළු කාලයෙන් කවර භාගයක් නියත ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කළේදැයි සොයන්න.

2. නැගෙනහිර දිශාවට තිරස් පෙතක නියත ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරන ළමයෙකු චලනය වන වාහනයක් ඔහුට උතුරු දිශාවේ $2d\ m$ දුරින් වන ස්ථානයක ඇති බවත් ඊට තත්පර T කාලයකට පසු එම වාහනය ඔහුට නැගෙනහිර දිශාවේ $2d\ m$ දුරින් වන බවත් දකියි. ළමයාට සාපේක්ෂව වාහනයේ පෙත අඳින්න.
ඒනයින්, ළමයාත් වාහනයත් අතර කෙටිතම දුර $\sqrt{2}\,d\ \ m$ බව පෙන්වන්න.

3. ස්වභාවික දිග a සහ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය $3mg$ වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් වන O අචල වන අතර අනෙක් කෙළවරට ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් සම්බන්ධ කර ඇත. ආරම්භයේදි O ට සිරස්ව පහළින් P වන පරිදි සහ $OP = 2a$ වන ලෙස අංශුව නිශ්චලතාවයේ තබා එම පිහිටුමේ සිට සිරුවෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. තන්තුව යාන්තමින් බුරුල් වන විට අංශුවේ වේගය සොයන්න.

4. පාපැදියෙකු තම පාපැදිය, අරය a වන වෘත්තාකාර පෙතක v ඒකාකාර වේගයෙන් පැද යයි. පාපැදිය ලිස්සා නොයාමට තරම් ඝර්ෂණ බලය ප්‍රමාණවත් වේ නම් සිරසට පාපැදියේ ආනතිය සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලබා ගන්න.

5. චතුරස්‍රයක යාබද පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය යා කිරීමෙන් සමාන්තරාස්‍රයක් නිර්මාණය වන බව පෙන්වන්න.

6. ඒකාකාර බර වෘත්තාකාර වළල්ලක්, තිරස්ව ඇති කුඩා රළු නාදැත්තක් යෙදීමෙන් සමතුලිතව එල්ලා ඇත. නාදැත්ත ඔස්සේ ඇති වළල්ලේ විෂ්කම්භයේ අනෙක් කෙළවරේ යොදන ලද වළල්ලේ තලයේම ක්‍රියා කරන P විශාලත්වයක් සහිත තිරස් බලයක් යෙදූ විට මෙම විෂ්කම්භය යටි අත් සිරස සමග θ සුළු කෝණයක් සාදයි. වළල්ල සහ නාදැත්ත අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය
$\frac{\tan\theta}{2+\tan^2\theta}$ හි අගයට වඩා කුඩා නොවන බව පෙන්වන්න.

7. A සහ B යන සිද්ධි සලකන්න. A සිද්ධිය සිදු වී ඇති විට B සිද්ධිය සිදු වීමේ සම්භාවිතාවය සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලියන්න.

   නොනැඹුරු කාසි තුනක් එකවර උඩ දමනු ලැබේ. හිසත් අගයත් යන දෙකම ලැබී ඇති විට හිස දෙකක් ලැබීමේ සම්භාවිතාවය නිර්ණය කරන්න.

8. නිවාස *40* ක් සහිත නිවාස සංකීර්ණයක නිවාස 5 ක සුරතල් සතුන් නොමැත. නිවාස 8 ක සුරතල් බල්ලෙකු බැගින් සිටියි. නිවාස 12 ක බල්ලෙකු සහ පූසෙකු බැගින් සිටිති. සසම්භාවී ලෙස තෝරා ගත් නිවසක පූසෙකු සිටීමේ සම්භාවිතාවය නිර්ණය කරන්න.

9. යම් උත්සවයකට අමුත්තන් පැමිණි මෝටර් රථවල වර්ණය අනුව ඒවා කාණ්ඩ පහකට වෙන් කර ඇත. එය ඒකමාත ව්‍යාප්තියක් වන අතර එහි මධ්‍යයන්‍යය සහ මධ්‍යස්ථය පිළිවෙලින් 3 සහ 4 වේ. එම ව්‍යාප්තිය නිර්ණය කරන්න.

10. රෝගීන් පිරිසකගේ හෘද ස්පන්දන වේගය, මිනිත්තුවට ස්පන්දනවලින් පහත ව්‍යාප්තියේ ඇති අතර එහි එක් දත්තයක් අඩුව ඇත.

ස්පන්දන වේගය	59-62	63-66	67-70	71-74	75-78
සංඛ්‍යාතය	3	5		4	2

මෙම නිරීක්ෂණ සමූහයේ මාතය ආසන්න ලෙස 67.5 බවද සංඛ්‍යාත එකිනෙකට වෙනස් බවද දනියි. අඩුව ඇති දත්තය සොයා මාතය නිර්ණය කරන්න.

OpenLearning Powered by Japura Media

PAPERMASTER.LK

උසස් පෙළ සංයුක්ත ගණිතය: 2 වෙනි පත්‍රය: Part B

11.(a) මෝටර් රථයක් $u\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ගමන් ගන්නා බව දකින පොලිස් නිලධාරියෙකු රථය ඔහු පසු කරන විටම තම යතුරු පැදියට නැඟ නිශ්චලතාවයේ සිට $a\ ms^{-2}$ ඒකාකාර ත්වරණයෙන් $v\ ms^{-1}$ උපරිම ප්‍රවේගය දක්වා ගමන් කර පසුව එම ප්‍රවේගය පවත්වා ගනියි. පොලිස් නිලධාරියා $d\ m\left(d > \frac{1}{2a}v^2\right)$ දුරක් ගමන් කර රථය ආසන්නයට පැමිණෙයි. යතුරු පැදියේ සහ මෝටර් රථයේ චලිත සඳහා ප්‍රවේග කාල වක්‍ර එකම සටහනක ඇඳ යතුරු පැදිය උපරිම ප්‍රවේගයෙන් ධාවනය වූ කාලය $\frac{d}{u} - \frac{v}{a}$ බව පෙන්වන්න.

$a,\ v,\ u$ සහ d අතර සම්බන්ධයක් සොයා **එනයින්**

$$v = \frac{ad}{u}\left[1 - \left(1 - \frac{2u^2}{ad}\right)^{\frac{1}{2}}\right]$$ බව පෙන්වන්න.

11.(b) නැගෙනහිරෙන් දකුණට α කෝණයක් වූ දිශාවේ සිට v ප්‍රවේගයෙන් ඒකාකරව සුළඟක් ඇති දිනක, ගුවන් යානයක් බටහිර දිශාවට a දුරක් යාමට T_1 කාලයක්ද, ආපසු ඒමට T_2 කාලයක්ද, ගනියි. ගුවන් යානය බටහිර දිශාවට ගමන් කරන විට සහ ආපසු පැමිණෙන විට චලිතය සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ එකම සටහනක අඳින්න. ඒ ඇසුරෙන්, සුළඟ නොතිබුනි නම්, පොළොවට සාපේක්ෂව ගුවන් යානයට

$$\left[v^2 + \frac{2av\cos\alpha}{T_2 - T_1}\right]^{1/2}$$ වේගයක් ඇති බව පෙන්වන්න.

12.(a) අරය a වන සුමට අචල වෘත්තාකාර වළල්ලක ඇතුළත එහි පහත්ම ලක්ෂ්‍යයේ සිට අංශුවක් $\sqrt{\frac{ga}{2}\left(1+\sqrt{3}\right)}$ ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරයි. යටි අත් සිරස සමඟ අංශුව θ කෝණික විස්ථාපනයක් දක්වන විට අංශුවේ වේගය සහ අංශුව සහ වළල්ලක අතර ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය සොයන්න.

අංශුව, වළල්ලේ ඉහළතම ලක්ෂ්‍යයට පැමිණීමට ප්‍රථම වෘත්තාකාර පෙත හැර යන බව පෙන්වන්න.

අනතුරුව අංශුව වළල්ලේ කේන්ද්‍රය ඔස්සේ ගමන් කරන බවත් පෙන්වන්න.

12.(b) අංශුවක් α ආරෝහණයකින් සහ u ආරම්භක වේගයක් සහිතව ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. යම් කාලයකට පසු අංශුව තිරස් දිශාවට සහ සිරස් දිශාවට පිළිවෙලින් x සහ y විස්ථාපන සහිත වේ නම්

$$y = x\tan\alpha - \frac{gx^2}{2u^2}\sec^2\alpha$$ බව පෙන්වන්න.

සමබිමෙහි O ලක්ෂ්‍යයක පිහිටි උස h වූ කණුවක මුදුනෙහි $\sqrt{2kg}$ ආරම්භක වේගයක් සහිතව ඕනෑම දිශාවකට වෙඩි තැබිය හැකි තුවක්කුවකින්, සමබිමෙහි අරය $2\sqrt{k(k+h)}$ සහ O කේන්ද්‍රය වන වෘත්තයක් තුළ වන ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයකට වෙඩි තැබිය හැකි බව ලබා ගන්න.

13.(a) P සහ Q යනු ස්කන්ධ m බැගින් වන අංශු දෙකකි. ස්වභාවික දිග l සහ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය mg වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවකින් එම අංශු සම්බන්ධ කර තන්තුව තදව සහ P අංශුවට සිරස්ව පහළින් Q අංශුව පිහිටන සේ ඒවා සමතුලිතව තබා ඇත. මෙවිට අංශු අතර පරතරය සොයන්න.

දැන් P අංශුව සිරස්ව ඉහළට $\sqrt{2gl}$ ආරම්භක ප්‍රවේගයන් ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. t කාලයකට පසුව Q අංශුව එහි ආරම්භක මට්ටමේ සිට y විස්ථාපනයක් දක්වන අතර එවිට තන්තුවේ දිග x වේ. $\ddot{y}$ සඳහා සුදුසු සමීකරණයක් ලියන්න.

OpenLearning @ University of Sri Jayewardenepura Powered by Japura Media
PAPERMASTER.LK

$\ddot{x} + \omega^2(x - l) = 0$ ලෙස ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි $\omega^2 = \dfrac{2l}{g}$ වේ.

$x - l = A\cos\omega t + B\sin\omega t$ බව උපකල්පනයෙන්, A සහ B නියත නිර්ණය කරන්න.

අංශු අතර වැඩිතම පරතරය $\left(1+\sqrt{2}\right)l$ බව අපෝහනය කරන්න.

13.(b) ස්කන්ධය m වන කුඩා සුමට ගෝලයක් $10\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් චලනය වෙමින් එම දිශාවටම $6\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් චලනය වන ස්කන්ධය $3m$ වන කුඩා සුමට ගෝලයක් සමග සරල ලෙස ගැටේ. ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ. ගැටුමෙන් පසු ගෝලවල වේග පිළිවෙළින් u සහ v වේ. ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ. ගැටුමෙන් පසු ගෝලවල වේග සොයන්න.

$4 \le u \le 7$ බවත් පෙන්වන්න.

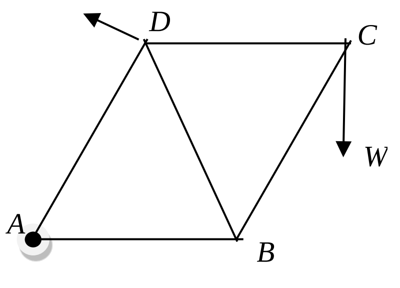
14.(a) $ABCD$ යනු සමාන්තරාස්‍රයක ශීර්ෂ වන අතර යම් O මූල ලක්ෂ්‍යයක් අනුබද්ධයෙන් A, B සහ C ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\underline{a}$, $\underline{b}$ සහ $\underline{c}$ වේ. ACD ත්‍රිකෝණයේ කේන්ද්‍රකයේ පිහිටුම් දෛශිකය $\dfrac{1}{3}\left(2\underline{a} - \underline{b} + 2\underline{c}\right)$ බව පෙන්වන්න.

මෙම කේන්ද්‍රකය BD රේඛාව මත බවත් පෙන්වන්න.

14.(b) $ABCD$ යනු $AB = 8\,cm$ සහ $BC = 6\,cm$ වන පරිදි වූ ඍජුකෝණාස්‍රයකි. AB සහ BC පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙලින් L සහ M වේ. වේ. වස්තුවක් මත ක්‍රියා කරන විශාලත්ව $4\,N, 20\,N, 3\,N, 2\,N$, $10\,N$ සහ $15\,N$ වන බල පිළිවෙලින් AB, AD, CD, CB, DB සහ ML ඔස්සේ වේ. බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය නිර්ණය කර එය AB පාදය සමග සාදන කෝණය සොයන්න.

15.(a) සුවලව සන්ධි කළ සැහැල්ලු සමාන දඬු පහකින් සමන්විත වන රාමු සැකිල්ලක් පහත රූපයේ දැක්වේ. සැකිල්ලේ තලය සිරස් වන ලෙස A හි දී අචල ආධාරකයකට සැකිල්ල සුමටව විවර්තනය කර ඇත. C හි දී W භාරයක් දරන අතර D හි දී AD ලම්බ දිශාවට යෙදූ බලයක් මගින් AB තිරස් වන පරිදි සැකිල්ල තබා ඇත.

D හි දී යොදා ඇති බලයේ විශාලත්වය සොයා බෝ අංකනය සමගින් දඬු මත ක්‍රියා කරන බල සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ ආතති සහ තෙරපුම් වෙන් කර දක්වමින් AB, BD සහ CD දඬු මත ක්‍රියා කරන බල සොයන්න.



(b) ඇතුළත පෘෂ්ඨය සුමට සහ අරය a වූ ගෝලයකින් කේන්ද්‍රයේ 120^o ක් ආපාතනය වන පරිදි තල පෘෂ්ඨයකින් කපා ගත් කොටස එහි ගැටිය තිරස් සහ එය උඩුකුරු ලෙස අචලව තබා ඇත. ඒකාකාර දණ්ඩක එක කෙළවරක් මෙම පෘෂ්ඨය ස්පර්ශ වෙමින්ද ඉතිරි කෙළවර ඉවතට නෙරා පවතින පරිදිද තිරසට 15^o ක ආනතියක් සහිතව සමතුලිතව පවතියි නම් දණ්ඩේ දිග $2\left(\sqrt{6} - \sqrt{2}\right)a$ බව පෙන්වන්න.

OpenLearning Powered by Japura Media
PAPERMASTER.LK

16. ආධාරකයේ අරය a වන ඒකාකාර අර්ධ ගෝලාකාර පෘෂ්ඨයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය නිර්ණය කරන්න.

ආධාරකයේ අරය $3a$ වන ඝන අර්ධ ගෝලයකින් අක්ෂ සම්පාත වන පරිදිද ආධාරකයේ අරය $2a$ වන සහ ආධාරක සම්පාත වන පරිදිද අර්ධ ගෝලකාර කොටසක් ඉවත් කරනු ලැබේ. මෙම කුහර සහිත අර්ධ ගෝලකාර කොටසේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි ආධරකයේ සිට $\frac{195}{152}a$ දුරින් වන බව පෙන්වන්න.

මෙම අර්ධ ගෝලකාර වස්තුව එහි වක්‍ර පෘෂ්ඨය රළු සිරස් සහ තිරස් පෘෂ්ඨ දෙකක් හා ස්පර්ශ වෙමින් සමතුලිතව ඇත්තේ එහි අක්ෂය ඉහත තල දෙකටම ලම්බ වන පරිදිය. සිරස් පෘෂ්ඨය සහ අර්ධ ගෝලකාර වස්තුවේ වක්‍ර පෘෂ්ඨය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ_1 ද තිරස් පෘෂ්ඨය සහ අර්ධ ගෝලකාර වස්තුවේ වක්‍ර පෘෂ්ඨය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ_2 ද වේ. සීමාකාරී සමතුලිත අවස්ථාවේදී අර්ධ ගෝලකාර වස්තුවේ ආධාරකය තිරසට θ කෝණයක් ආනත වේ නම්
$65(1+\mu_1\mu_2)\sin\theta = 152(1+\mu_1)\mu_2$ බව පෙන්වන්න.

17.(a) A සහ B යනු Ω නියැදි අවකාශයක ස්වායත්ත සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. A සහ B සිද්ධි ස්වායත්ත නම් $p(A)$ සහ $p(B)$ ඇසුරෙන් $p(A\cap B)$ ප්‍රකාශ කරන්න.

A' සහ B' යන සිද්ධිද ස්වායත්ත වන බව පෙන්වන්න.

X සහ Y රෝගීන් දෙදෙනෙකු යම් රෝගයකින් සුවය ලැබීමේ සම්භාවිතා පිළිවෙලින් *0.8* සහ *0.66* වේ. දෙදෙනාම සුවය ලැබීමේ සම්භාවිතාවය සහ අඩු වශයෙන් එක් අයෙකුවත් සුවය ලැබීමේ සම්භාවිතාවය සොයන්න.

X රෝගියා සුවය ලැබිවේ නම් X රෝගියාද සුවය ලැබීමේ සම්භාවිතාවයද සොයන්න.

17.(b) සිසුන් පිරිසක් ක්‍රීඩා ඉසව්වක් නිම කිරීම සඳහා ගත් කාලය පහත සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියෙන් දැක් වේ.

කාලය(තත්පර)	*53 - 56*	*57 - 60*	*61 - 64*	*65 - 68*	*69 - 72*	*73 - 76*	*77 - 80*
සිසුන් ගණන	*3*	*5*	*10*	*11*	*5*	*4*	*2*

(a) මෙම ව්‍යාප්තියේ මාතය සහ මධ්‍යස්ථය නිර්ණය කරන්න.

(b) *66.5* තත්පර උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ලෙස ගෙන සුදුසු පරිණාමනයක් ගෙන ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය සොයන්න.

(c) *53* තත්පර සහ *78* තත්පර යන දත්තද මෙම ව්‍යාප්තියට එක් කළේ නම් ආරම්භක ව්‍යාප්තියේ සහ නව ව්‍යාප්තියේ සම්මත අපගමන ගැන අදහස් ඉදිරිපත් කරන්න.

* * *

OpenLearning @ University of Sri Jayewardenepura Powered by Japura Media
PAPERMASTER.LK

උසස් පෙළ සංයුක්ත ගණිතය: 2 වෙනි පත්‍රය : Part A

1. නිසලතාවයේ සිට ගමන් අරඹන වාහනයක් ගමනේ මුල් කොටස a නියත ත්වරණයෙන්ද ඉන්පසු u නියත ප්‍රවේගයෙන්ද අවසානයේදී a නියත මන්දනයෙන්ද ගමන් කර නිසලතාවයට පැමිණෙයි. මුළු ගමනේ මධ්‍යක ප්‍රවේගය $\frac{7u}{8}$ නම් ගමනේ යෙදුනු මුළු කාලයෙන් කවර භාගයක් නියත ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කළේදැයි සොයන්න.

2. නැගෙනහිර දිශාවට තිරස් පෙතක නියත ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරන ළමයෙකු චලනය වන වාහනයක් ඔහුට උතුරු දිශාවේ $2d\ m$ දුරින් වන ස්ථානයක ඇති බවත් ඊට තත්පර T කාලයකට පසු එම වාහනය ඔහුට නැගෙනහිර දිශාවේ $2d\ m$ දුරින් වන බවත් දකියි. ළමයාට සාපේක්ෂව වාහනයේ පෙත අඳින්න.
ඒනයින්, ළමයාත් වාහනයත් අතර කෙටිතම දුර $\sqrt{2}\,d\ m$ බව පෙන්වන්න.

3. ස්වභාවික දිග a සහ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය $3mg$ වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් වන O අචල වන අතර අනෙක් කෙළවරට ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් සම්බන්ධ කර ඇත. ආරම්භයේදී O ට සිරස්ව පහළින් P වන පරිදි සහ $OP = 2a$ වන ලෙස අංශුව නිශ්චලතාවයේ තබා එම පිහිටුමේ සිට සිරුවෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. තන්තුව යාන්තමින් බුරුල් වන විට අංශුවේ වේගය සොයන්න.

4. පාපැදියෙකු තම පාපැදිය, අරය a වන වෘත්තාකාර පෙතක v ඒකාකාර වේගයෙන් පැද යයි. පාපැදිය ලිස්සා නොයාමට තරම් ඝර්ෂණ බලය ප්‍රමාණවත් වේ නම් සිරසට පාපැදියේ ආනතිය සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලබා ගන්න.

5. චතුරස්‍රයක යාබද පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය යා කිරීමෙන් සමාන්තරාස්‍රයක් නිර්මාණය වන බව පෙන්වන්න.

6. ඒකාකාර බර වෘත්තාකාර වළල්ලක්, තිරස්ව ඇති කුඩා රළු නාදැත්තක් යෙදීමෙන් සමතුලිතව එල්ලා ඇත. නාදැත්ත ඔස්සේ ඇති වළල්ලේ විෂ්කම්භයේ අනෙක් කෙළවරේ යොදන ලද වළල්ලේ තලයේම ක්‍රියා කරන P විශාලත්වයක් සහිත තිරස් බලයක් යෙදූ විට මෙම විෂ්කම්භය යටි අත් සිරස සමග θ සුළු කෝණයක් සාදයි. වළල්ල සහ නාදැත්ත අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය
$\frac{\tan\theta}{2+\tan^2\theta}$ හි අගයට වඩා කුඩා නොවන බව පෙන්වන්න.

7. A සහ B යන සිද්ධි සලකන්න. A සිද්ධිය සිදු වී ඇති විට B සිද්ධිය සිදු වීමේ සම්භාවිතාවය සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලියන්න.

   නොනැඹුරු කාසි තුනක් එකවර උඩ දමනු ලැබේ. හිසත් අගයත් යන දෙකම ලැබී ඇති විට හිස දෙකක් ලැබීමේ සම්භාවිතාවය නිර්ණය කරන්න.

8. නිවාස *40* ක් සහිත නිවාස සංකීර්ණයක නිවාස 5 ක සුරතල් සතුන් නොමැත. නිවාස 8 ක සුරතල් බල්ලෙකු බැගින් සිටියි. නිවාස 12 ක බල්ලෙකු සහ පූසෙකු බැගින් සිටිති. සසම්භාවී ලෙස තෝරා ගත් නිවසක පූසෙකු සිටීමේ සම්භාවිතාවය නිර්ණය කරන්න.

9. යම් උත්සවයකට අමුත්තන් පැමිණි මෝටර් රථවල වර්ණය අනුව ඒවා කාණ්ඩ පහකට වෙන් කර ඇත. එය ඒකමාත ව්‍යාප්තියක් වන අතර එහි මධ්‍යයන්‍යය සහ මධ්‍යස්ථය පිළිවෙලින් 3 සහ 4 වේ. එම ව්‍යාප්තිය නිර්ණය කරන්න.

10. රෝගීන් පිරිසකගේ හෘද ස්පන්දන වේගය, මිනිත්තුවට ස්පන්දනවලින් පහත ව්‍යාප්තියේ ඇති අතර එහි එක් දත්තයක් අඩුව ඇත.

ස්පන්දන වේගය	59-62	63-66	67-70	71-74	75-78
සංඛ්‍යාතය	3	5		4	2

මෙම නිරීක්ෂණ සමූහයේ මාතය ආසන්න ලෙස 67.5 බවද සංඛ්‍යාත එකිනෙකට වෙනස් බවද දනියි. අඩුව ඇති දත්තය සොයා මාතය නිර්ණය කරන්න.

OpenLearning @ University of Sri Jayewardenepura Powered by Japura Media
PAPERMASTER.LK

උසස් පෙළ සංයුක්ත ගණිතය: 2 වෙනි පත්‍රය: Part B

11.(a) මෝටර් රථයක් $u\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ගමන් ගන්නා බව දකින පොලිස් නිලධාරියෙකු රථය ඔහු පසු කරන විටම තම යතුරු පැදියට නැඟ නිශ්චලතාවයේ සිට $a\ ms^{-2}$ ඒකාකාර ත්වරණයෙන් $v\ ms^{-1}$ උපරිම ප්‍රවේගය දක්වා ගමන් කර පසුව එම ප්‍රවේගය පවත්වා ගනියි. පොලිස් නිලධාරියා $d\ m\left(d > \frac{1}{2a}v^2\right)$ දුරක් ගමන් කර රථය ආසන්නයට පැමිණෙයි. යතුරු පැදියේ සහ මෝටර් රථයේ චලිත සඳහා ප්‍රවේග කාල වක්‍ර එකම සටහනක ඇඳ, යතුරු පැදිය උපරිම ප්‍රවේගයෙන් ධාවනය වූ කාලය $\frac{d}{u}-\frac{v}{a}$ බව පෙන්වන්න.

$a,\ v,\ u$ සහ d අතර සම්බන්ධයක් සොයා **එනයින්**

$$v=\frac{ad}{u}\left[1-\left(1-\frac{2u^2}{ad}\right)^{\frac{1}{2}}\right]$$ බව පෙන්වන්න.

11.(b) නැගෙනහිරෙන් දකුණට α කෝණයක් වූ දිශාවේ සිට v ප්‍රවේගයෙන් ඒකාකරව සුළඟක් ඇති දිනක, ගුවන් යානයක් බටහිර දිශාවට a දුරක් යාමට T_1 කාලයක්ද, ආපසු ඒමට T_2 කාලයක්ද ගනියි. ගුවන් යානය බටහිර දිශාවට ගමන් කරන විට සහ ආපසු පැමිණෙන විට චලිතය සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ එකම සටහනක අඳින්න. ඒ ඇසුරෙන්, සුළඟ නොතිබුනි නම්, පොළොවට සාපේක්ෂව ගුවන් යානයට

$$\left[v^2+\frac{2av\cos\alpha}{T_2-T_1}\right]^{1/2}$$ වේගයක් ඇති බව පෙන්වන්න.

12.(a) අරය a වන සුමට අචල වෘත්තාකාර වළල්ලක ඇතුළත එහි පහත්ම ලක්ෂ්‍යයේ සිට අංශුවක් $\sqrt{\frac{ga}{2}}\left(1+\sqrt{3}\right)$ ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරයි. යටි අත් සිරස සමඟ අංශුව θ කෝණික විස්ථාපනයක් දක්වන විට අංශුවේ වේගය සහ අංශුව සහ වළල්ලක අතර ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය සොයන්න.

අංශුව, වළල්ලේ ඉහළතම ලක්ෂ්‍යයට පැමිණීමට ප්‍රථම වෘත්තාකාර පෙත හැර යන බව පෙන්වන්න.

අනතුරුව අංශුව වළල්ලේ කේන්ද්‍රය ඔස්සේ ගමන් කරන බවත් පෙන්වන්න.

12.(b) අංශුවක් α ආරෝහණයකින් සහ u ආරම්භක වේගයක් සහිතව ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. යම් කාලයකට පසු අංශුව තිරස් දිශාවට සහ සිරස් දිශාවට පිළිවෙලින් x සහ y විස්ථාපන සහිත වේ නම්

$$y=x\tan\alpha-\frac{gx^2}{2u^2}\sec^2\alpha$$ බව පෙන්වන්න.

සමබිමෙහි O ලක්ෂ්‍යයක පිහිටි උස h වූ කණුවක මුදුනෙහි $\sqrt{2kg}$ ආරම්භක වේගයක් සහිතව ඕනෑම දිශාවකට වෙඩි තැබිය හැකි තුවක්කුවකින්, සමබිමෙහි අරය $2\sqrt{k(k+h)}$ සහ O කේන්ද්‍රය වන වෘත්තයක් තුළ වන ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයකට වෙඩි තැබිය හැකි බව ලබා ගන්න.

13.(a) P සහ Q යනු ස්කන්ධ m බැගින් වන අංශු දෙකකි. ස්වභාවික දිග l සහ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය mg වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවකින් එම අංශු සම්බන්ධ කර තන්තුව තදව සහ P අංශුවට සිරස්ව පහළින් Q අංශුව පිහිටන සේ ඒවා සමතුලිතව තබා ඇත. මෙවිට අංශු අතර පරතරය සොයන්න.

දැන් P අංශුව සිරස්ව ඉහළට $\sqrt{2gl}$ ආරම්භක ප්‍රවේගයන් ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. t කාලයකට පසුව Q අංශුව එහි ආරම්භක මට්ටමේ සිට y විස්ථාපනයක් දක්වන අතර එවිට තන්තුවේ දිග x වේ. $\ddot{y}$ සඳහා සුදුසු සමීකරණයක් ලියන්න.

OpenLearning @ University of Sri Jayewardenepura Powered by Japura Media

PAPERMASTER.LK

$\ddot{x}+\omega^2(x-l)=0$ ලෙස ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි $\omega^2=\frac{2l}{g}$ වේ.

$x-l=A\cos\omega t+B\sin\omega t$ බව උපකල්පනයෙන්, A සහ B නියත නිර්ණය කරන්න.

අංශූ අතර වැඩිතම පරතරය $\left(1+\sqrt{2}\right)l$ බව අපෝහනය කරන්න.

13.(b) ස්කන්ධය m වන කුඩා සුමට ගෝලයක් $10\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් චලනය වෙමින් එම දිශාවටම $6\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් චලනය වන ස්කන්ධය $3m$ වන කුඩා සුමට ගෝලයක් සමග සරල ලෙස ගැටේ. ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ. ගැටුමෙන් පසු ගෝලවල වේග පිළිවෙළින් u සහ v වේ. ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ. ගැටුමෙන් පසු ගෝලවල වේග සොයන්න.

$4\le u\le 7$ බවත් පෙන්වන්න.

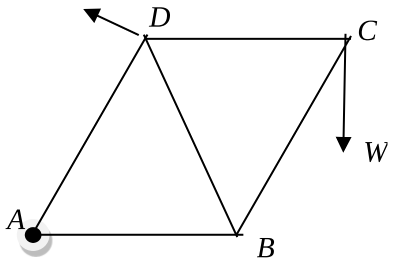
14.(a) $ABCD$ යනු සමාන්තරාස්‍රයක ශීර්ෂ වන අතර යම් O මූල ලක්ෂ්‍යයක් අනුබද්ධයෙන් A, B සහ C ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\underline{a}$, $\underline{b}$ සහ $\underline{c}$ වේ. ACD ත්‍රිකෝණයේ කේන්ද්‍රකයේ පිහිටුම් දෛශිකය $\frac{1}{3}\left(2\underline{a}-\underline{b}+2\underline{c}\right)$ බව පෙන්වන්න.

මෙම කේන්ද්‍රකය BD රේඛාව මත බවත් පෙන්වන්න.

14.(b) $ABCD$ යනු $AB=8\,cm$ සහ $BC=6\,cm$ වන පරිදි වූ සෘජුකෝණාස්‍රයකි. AB සහ BC පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙලින් L සහ M වේ. වේ. වස්තුවක් මත ක්‍රියා කරන විශාලත්ව $4\,N$, $20\,N$, $3\,N$, $2\,N$, $10\,N$ සහ $15\,N$ වන බල පිළිවෙලින් AB, AD, CD, CB, DB සහ ML ඔස්සේ වේ. බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය නිර්ණය කර එය AB පාදය සමග සාදන කෝණය සොයන්න.

15.(a) සුවලව සන්ධි කළ සැහැල්ලු සමාන දඬු පහකින් සමන්විත වන රාමු සැකිල්ලක් පහත රූපයේ දැක්වේ. සැකිල්ලේ තලය සිරස් වන ලෙස A හි දී අචල ආධාරකයකට සැකිල්ල සුමටව විවර්තනය කර ඇත. C හි දී W භාරයක් දරන අතර D හි දී AD ලම්බ දිශාවට යෙදූ බලයක් මගින් AB තිරස් වන පරිදි සැකිල්ල තබා ඇත.

D හි දී යොදා ඇති බලයේ විශාලත්වය සොයා බෝ අංකනය සමගින් දඬු මත ක්‍රියා කරන බල සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ ආතති සහ තෙරපුම් වෙන් කර දක්වමින් AB, BD සහ CD දඬු මත ක්‍රියා කරන බල සොයන්න.



(b) ඇතුළත පෘෂ්ඨය සුමට සහ අරය a වූ ගෝලයකින් කේන්ද්‍රයේ 120^o ක් ආපාතනය වන පරිදි තල පෘෂ්ඨයකින් කපා ගත් කොටස එහි ගැටිය තිරස් සහ එය උඩුකුරු ලෙස අචලව තබා ඇත. ඒකාකාර දණ්ඩක එක කෙළවරක් මෙම පෘෂ්ඨය ස්පර්ශ වෙමින්ද ඉතිරි කෙළවර ඉවතට නෙරා පවතින පරිදිද තිරසට 15^o ක ආනතියක් සහිතව සමතුලිතව පවතියි නම් දණ්ඩේ දිග $2\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)a$ බව පෙන්වන්න.

OpenLearning Powered by Japura Media
PAPERMASTER.LK

16. ආධාරකයේ අරය a වන ඒකාකාර අර්ධ ගෝලාකාර පෘෂ්ඨයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය නිර්ණය කරන්න.

ආධාරකයේ අරය $3a$ වන ඝන අර්ධ ගෝලයකින් අක්ෂ සම්පාත වන පරිදිද ආධාරකයේ අරය $2a$ වන සහ ආධාරක සම්පාත වන පරිදිද අර්ධ ගෝලකාර කොටසක් ඉවත් කරනු ලැබේ. මෙම කුහර සහිත අර්ධ ගෝලකාර කොටසේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි ආධරකයේ සිට $\frac{195}{152}a$ දුරින් වන බව පෙන්වන්න.

මෙම අර්ධ ගෝලකාර වස්තුව එහි වක්‍ර පෘෂ්ඨය රළු සිරස් සහ තිරස් පෘෂ්ඨ දෙකක් හා ස්පර්ශ වෙමින් සමතුලිතව ඇත්තේ එහි අක්ෂය ඉහත තල දෙකටම ලම්බ වන පරිදිය. සිරස් පෘෂ්ඨය සහ අර්ධ ගෝලකාර වස්තුවේ වක්‍ර පෘෂ්ඨය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ_1 ද තිරස් පෘෂ්ඨය සහ අර්ධ ගෝලකාර වස්තුවේ වක්‍ර පෘෂ්ඨය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ_2 ද වේ. සීමාකාරී සමතුලිත අවස්ථාවේදී අර්ධ ගෝලකාර වස්තුවේ ආධාරකය තිරසට θ කෝණයක් ආනත වේ නම්
$65(1+\mu_1\mu_2)\sin\theta = 152(1+\mu_1)\mu_2$ බව පෙන්වන්න.

17.(a) A සහ B යනු Ω නියැදි අවකාශයක ස්වායත්ත සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. A සහ B සිද්ධි ස්වායත්ත නම් $p(A)$ සහ $p(B)$ ඇසුරෙන් $p(A\cap B)$ ප්‍රකාශ කරන්න.

A' සහ B' යන සිද්ධිද ස්වායත්ත වන බව පෙන්වන්න.

X සහ Y රෝගීන් දෙදෙනෙකු යම් රෝගයකින් සුවය ලැබීමේ සම්භාවිතා පිළිවෙලින් *0.8* සහ *0.66* වේ. දෙදෙනාම සුවය ලැබීමේ සම්භාවිතාවය සහ අඩු වශයෙන් එක් අයෙකුවත් සුවය ලැබීමේ සම්භාවිතාවය සොයන්න.

X රෝගියා සුවය ලැබීවේ නම් X රෝගියාද සුවය ලැබීමේ සම්භාවිතාවයද සොයන්න.

17.(b) සිසුන් පිරිසක් ක්‍රීඩා ඉසව්වක් නිම කිරීම සඳහා ගත් කාලය පහත සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියෙන් දැක් වේ.

කාලය(තත්පර)	53 - 56	57 - 60	61 - 64	65 - 68	69 - 72	73 - 76	77 - 80
සිසුන් ගණන	3	5	10	11	5	4	2

(a) මෙම ව්‍යාප්තියේ මාතය සහ මධ්‍යස්ථය නිර්ණය කරන්න.

(b) *66.5* තත්පර උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ලෙස ගෙන සුදුසු පරිණාමනයක් ගෙන ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය සොයන්න.

(c) *53* තත්පර සහ *78* තත්පර යන දත්තද මෙම ව්‍යාප්තියට එක් කළේ නම් ආරම්භක ව්‍යාප්තියේ සහ නව ව්‍යාප්තියේ සම්මත අපගමන ගැන අදහස් ඉදිරිපත් කරන්න.

* * *

OpenLearning @ University of Sri Jayewardenepura Powered by Japura Media
PAPERMASTER.LK