8580

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2022(2023)
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2022(2023)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2022(2023)

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10 T I

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time - 10 minutes

வினாத்தாளை வாசித்து, வினாக்களைத் தெரிவுசெய்வதற்கும் விடை எழுதும்போது முன்னுரிமை வழங்கும் வினாக்களை ஒழுங்கமைத்துக் கொள்வதற்கும் மேலதிக வாசிப்பு நேரத்தைப் பயன்படுத்துக.

சுட்டெண்							

அறிவுறுத்தல்கள் :

※ இவ்வினாத்தாள் பகுதி **A** (வினாக்கள் **1 - 10**), பகுதி **B** (வினாக்கள் **11 - 17**) என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டது.

※ பகுதி **A :**
எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்குமுரிய உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.

※ பகுதி **B :**
ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக. உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள தாள்களில் எழுதுக.

※ ஒதுக்கப்பட்டுள்ள நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி **A** இன் விடைத்தாளானது பகுதி **B** இன் விடைத்தாள்களுக்கு மேலே இருக்கத்தக்கதாக, இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.

※ வினாத்தாளின் பகுதி **B** ஐ மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

பரீட்சகர்களின் உபயோகத்திற்கு மாத்திரம்

(10) இணைந்த கணிதம் I		
பகுதி	வினா எண்	புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	மொத்தம்	

மொத்தம்

இலக்கத்தில்	
எழுத்தில்	

குறியீட்டெண்கள்

விடைத்தாள் பரீட்சகர்	
பரிசீலித்தவர்: 1	
2	
மேற்பார்வை செய்தவர்:	

PAPERMASTER.LK

[பக். 2 ஐப் பார்க்க

பகுதி A

1. **கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டைப்** பயன்படுத்தி, எல்லா $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கும் $\sum_{r=1}^{n} \frac{1}{r(r+1)} = \frac{n}{n+1}$ என நிறுவுக.

2. $y = 2 - |x-2|$, $y = \big||x| - 2\big|$ ஆகியவற்றின் பரும்படி வரைபுகளை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைக.
இதிலிருந்து அல்லது வேறு விதமாக, சமனிலி $\big||x| - 2\big| + |x-2| \leq 2$ ஐத் திருப்தியாக்கும் x இன் எல்லா மெய்ப் பெறுமானங்களையும் காண்க.

PAPERMASTER.LK

3. ஓர் ஆகண் வரிப்படத்தில், சமனிலி $|\overline{z}+2i| \leq 1$ ஐத் திருப்தியாக்கும் சிக்கலெண்கள் z ஐ வகைகுறிக்கும் புள்ளிகளைக் கொண்ட பிரதேசத்தை நிழற்றுக.

இந்நிழற்றப்பட்ட பிரதேசத்தில் உள்ள புள்ளிகளினால் வகைகுறிக்கப்படும் சிக்கலெண்கள் z இற்கு $\text{Arg}\, z$ இன் மிகப் பெரிய பெறுமானத்தைக் காண்க.

4. $a \in \mathbb{R}$ எனக் கொள்வோம். x இன் ஏறு வலுக்களில் x^2 உறுப்பு (உட்பட) வரைக்கும் $(2+ax)^5$ இன் விரியை எழுதுக.

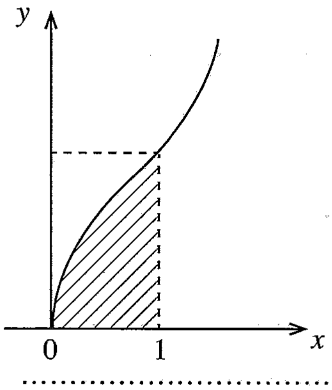
இதிலிருந்து, $(4-5x)(2+ax)^5$ இன் விரியில் உள்ள x^2 இன் குணகம் -80 ஆக இருக்கும் a இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

PAPERMASTER.LK

5. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x\left((1+x)\operatorname{cosec} 2x - \cot 2x\right)}{\sqrt{1+2x} - \sqrt{1-2x}} = \dfrac{1}{4}$ எனக் காட்டுக.

6. $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left\{x(x^2+1)\tan^{-1}x\right\} = (3x^2+1)\tan^{-1}x + x$ ஐப் பயன்படுத்தி, $\displaystyle\int_0^1 (3x^2+1)\tan^{-1}x \,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}(\pi - 1)$ எனக் காட்டுக.

$y = \sqrt{2(3x^2+1)\tan^{-1}x}$, $x = 1$, $y = 0$ ஆகிய வளையிகளினால் உள்ளடைக்கப்படும் பிரதேசம் x-அச்சைப் பற்றி 2π ஆரையன்களினூடாகச் சுழற்றப்படுகின்றது. இவ்வாறு பிறப்பிக்கப்படும் திண்மத்தின் கனவளவு $\pi(\pi - 1)$ எனக் காட்டுக.



PAPERMASTER.LK

7. $a, b > 0$ எனக் கொள்வோம். ஒரு வளையி $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ இற்கு $x = a\sec\theta, y = b\tan\theta$ ஆகியவற்றினால் பரமானமுறையாகத் தரப்படுகின்றது. வளையிக்குப் புள்ளி $P \equiv (a\sec\theta, b\tan\theta)$ இல் உள்ள தொடலிக் கோடு புள்ளி $(0, -b)$ இனூடாகச் செல்கின்றது. P இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

8. $ABCD$ ஆனது $A \equiv (1, 3)$ ஆகவும் $C \equiv (7, 5)$ ஆகவும் உள்ள ஒரு சதுரமெனக் கொள்வோம். B, D ஆகியவற்றின் x-ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

PAPERMASTER.LK

9. வட்டம் $x^2 + y^2 - 6x - 4y - 12 = 0$ ஐப் புள்ளி $(6, 6)$ இல் வெளியே தொடுவதும் கோடு $x = 12$ மீது தன் மையத்தைக் கொண்டதுமான வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

10. $n \in \mathbb{Z}$ இற்கு $\theta = \frac{n\pi}{4}$ ஆயின் - ஆயின் மாத்திரம் $\cos 5\theta = \cos 3\theta$ எனக் காட்டுக.

$n \in \mathbb{Z}$ இற்கும் $\theta \neq \frac{n\pi}{4}$ இற்கும் $\frac{\sin 5\theta - \sin 3\theta}{\cos 5\theta - \cos 3\theta} = -\cot 4\theta$ எனவும் காட்டுக.

PAPERMASTER.LK

* *

[பக். 7 ஐப் பார்க்க

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2022(2023)
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2022(2023)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2022(2023)

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10 T I

பகுதி B

✻ **ஐந்து** வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.

11. (*a*) $0<|p|<1$ எனக் கொள்வோம். சமன்பாடு $p^2x^2-2x+1=0$ இற்கு வேறுவேறான மெய்ம் மூலங்கள் இருக்கின்றனவெனக் காட்டுக.

இம்மூலங்கள் $\alpha, \beta\,(>\alpha)$ எனக் கொள்வோம். α, β ஆகிய இரண்டும் நேரெனக் காட்டுக.

$(\alpha-1)(\beta-1)$ ஆகியவற்றை p இற் கண்டு, $\alpha<1$ எனவும் $\beta>1$ எனவும் **உய்த்தறிக.**

$\sqrt{\beta}-\sqrt{\alpha}=\dfrac{1}{|p|}\sqrt{2(1-|p|)}$ எனக் காட்டுக.

$\sqrt{\beta}+\sqrt{\alpha}=\dfrac{1}{|p|}\sqrt{2(1+|p|)}$ எனத் **தரப்பட்டுள்ளது.**

$\left|\sqrt{\alpha}-1\right|, \left|\sqrt{\beta}-1\right|$ ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாடு

$|p|x^2-\sqrt{2(1-|p|)}\,x+\sqrt{2(1+|p|)}-|p|-1=0$ எனக் காட்டுக.

(*b*) $p(x)=2x^3+ax^2+bx-4$ எனக் கொள்வோம்; இங்கு $a, b\in\mathbb{R}$ ஆகும். $(x+2)$ ஆனது $p(x), p'(x)$ ஆகிய இரண்டினதும் ஒரு காரணியெனத் தரப்பட்டுள்ளது; இங்கு $p'(x)$ ஆனது x ஐக் குறித்து $p(x)$ இன் பெறுதியாகும். a, b ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க. a, b ஆகியவற்றின் இப்பெறுமானங்களுக்கு $p(x)-3p'(x)$ ஐ முற்றாகக் காரணிப்படுத்துக.

12. (*a*) ஒவ்வொரு மாணவனுக்கும் குறைந்தபட்சம் ஒரு பழமேனும் கிடைக்கத்தக்கதாக, ஆறு மாம்பழங்களையும் நான்கு தோடம்பழங்களையும் எட்டு மாணவர்களிடையே, பகிர்ந்து கொள்ள வேண்டியுள்ளது.

(i) ஆறு மாணவர்களுக்கு ஒரு பழம் வீதமும் எஞ்சியுள்ள இரு மாணவர்களில் ஒரு மாணவனுக்கு **இரு மாம்பழங்களும்** மற்றைய மாணவனுக்கு **இரு தோடம்பழங்களும்**

(ii) ஏழு மாணவர்களுக்கு ஒரு பழம் வீதமும் மற்றைய மாணவனுக்கு **மூன்று மாம்பழங்களும்**

(iii) ஏழு மாணவர்களுக்கு ஒரு பழம் வீதமும் மற்றைய மாணவனுக்கு **மூன்று பழங்களும்**

கிடைக்கும் வெவ்வேறு விதங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

(*b*) $r\in\mathbb{Z}^+$ இற்கு $U_r=\dfrac{4(2r+7)}{(2r+1)(2r+3)(2r+5)}$ எனக் கொள்வோம். அத்துடன் $r\in\mathbb{Z}^+$ இற்கு $f(r)=\dfrac{A}{(2r+1)}+\dfrac{B}{(2r+3)}$ எனவும் கொள்வோம்; இங்கு A, B ஆகியன மெய்ம் மாறிலிகளாகும். $r\in\mathbb{Z}^+$ இற்கு $U_r=f(r)-f(r+1)$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக A, B ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைத் துணிக.

இதிலிருந்து அல்லது வேறு விதமாக, $n\in\mathbb{Z}^+$ இற்கு $\displaystyle\sum_{r=1}^{n}U_r=\frac{4}{5}-\frac{3}{2n+3}+\frac{1}{2n+5}$ எனக் காட்டுக.

முடிவில் தொடர் $\displaystyle\sum_{r=1}^{\infty}U_r$ ஒருங்குகின்றது என்பதை **உய்த்தறிந்து**, அதன் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

இதிலிருந்து, $\displaystyle\sum_{r=1}^{\infty}\left(U_r+kU_{r+1}\right)=1$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக மெய்ம் மாறிலி k இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

PAPERMASTER.LK

13. (*a*) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & -2 \\ 1 & a+2 \end{pmatrix}$ எனக் கொள்வோம்; எல்லா $a \in \mathbb{R}$ இற்கும் $\mathbf{A}^{-1}$ இருக்கின்றதெனக் காட்டுக.

$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ -1 & 7 & 4 \end{pmatrix}, \mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ ஆகிய தாயங்கள் $\mathbf{A} = \mathbf{P}\mathbf{Q}^{\mathbf{T}} + \mathbf{R}$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக உள்ளன. $a = 1$ எனக் காட்டுக.

a இன் இப்பெறுமானத்திற்கு $\mathbf{A}^{-1}$ ஐ எழுதி, **இதிலிருந்து,** $\mathbf{A}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 10 \end{pmatrix}$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக x, y ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(*b*) $z, w \in \mathbb{C}$ எனக் கொள்வோம். $z\bar{z} = |z|^2$ எனக் காட்டி, **இதிலிருந்து,** $|z+w|^2 = |z|^2 + 2\mathrm{Re}(z\bar{w}) + |w|^2$ எனக் காட்டுக.

$|z+w|^2 + |z-w|^2 = 2\left(|z|^2 + |w|^2\right)$ என்பதை **உய்த்தறிந்து,** ஆகண் வரிப்படத்தில் $z, w, 0$ ஆகியவற்றை வகைகுறிக்கும் புள்ளிகள் ஒரேகோட்டில் இல்லாதபோது இதற்கு ஒரு கேத்திரகணித விளக்கத்தைத் தருக.

(*c*) $z = -1 + \sqrt{3}i$ எனக் கொள்வோம். z ஐ வடிவம் $r(\cos\theta + i\sin\theta)$ இல் எடுத்துரைக்க; இங்கு $r > 0$ உம் $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ உம் ஆகும்.

$n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $z^n = a_n + ib_n$ எனக் கொள்வோம்; இங்கு $a_n, b_n \in \mathbb{R}$ ஆகும். $m, n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $\mathrm{Re}\left(z^m \cdot z^n\right)$ ஐ a_m, a_n, b_m, b_n ஆகியவற்றில் எழுதுக.

z^{m+n} ஐக் கருதி, த மோய்வரின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி, $m, n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $a_m a_n - b_m b_n = 2^{m+n}\cos(m+n)\frac{2\pi}{3}$ எனக் காட்டுக.

14. (*a*) $x \neq -2$ இற்கு $f(x) = \frac{2x+3}{(x+2)^2}$ எனக் கொள்வோம்.

$f(x)$ இன் பெறுதி $f'(x)$ ஆனது $x \neq -2$ இற்கு $f'(x) = \frac{-2(x+1)}{(x+2)^3}$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $f(x)$ அதிகரிக்கும் ஆயிடையையும் $f(x)$ குறையும் ஆயிடைகளையும் காண்க.

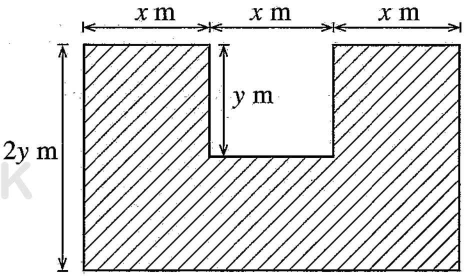
அத்துடன், $f(x)$ இன் திரும்பற் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளையும் காண்க.

$x \neq -2$ இற்கு $f''(x) = \frac{2(2x+1)}{(x+2)^4}$ எனத் **தரப்பட்டுள்ளது**. $y = f(x)$ இன் வரைபின் விபத்திப் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

அணுகுகோடுகள், திரும்பற் புள்ளி, விபத்திப் புள்ளி ஆகியவற்றைக் காட்டி, $y = f(x)$ இன் வரைபைப் பரும்படியாக வரைக.

$[k, \infty)$ மீது $f(x)$ ஒன்றுக்கொன்றாக இருக்கும் k இன் மிகச் சிறிய பெறுமானத்தை எடுத்துரைக்க.

(*b*) படத்திற் காட்டப்பட்ட நிழற்றிய பிரதேசத்தின் பரப்பளவு 45 m^2 ஆகும். இது நீளம் $3x$ m ஐயும் அகலம் $2y$ m ஐயும் உடைய ஒரு செவ்வகத்திலிருந்து நீளம் x m ஐயும் அகலம் y m ஐயும் உடைய ஒரு செவ்வகத்தை அகற்றுவதனால் பெறப்பட்டுள்ளது. நிழற்றிய பிரதேசத்தின் சுற்றளவு L m ஆனது $x > 0$ இற்கு $L = 6x + \frac{54}{x}$ இனால் தரப்படும் எனக் காட்டுக.



L குறைந்தபட்சமாக இருக்கத்தக்கதாக x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

PAPERMASTER.LK

15. (*a*) எல்லா $x \in \mathbb{R}$ இற்கும் $x^2+x+2 = A(x^2+x+1)+(Bx+C)(x+1)$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக A, B, C ஆகிய மாறிலிகளின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

இதிலிருந்து, $\dfrac{x^2+x+2}{(x^2+x+1)(x+1)}$ ஐப் பகுதிப் பின்னங்களாக எழுதி, $\displaystyle\int \frac{x^2+x+2}{(x^2+x+1)(x+1)}\,\mathrm{d}x$ ஐக் காண்க.

(*b*) $1+\sin 2x = 2\cos^2\left(\dfrac{\pi}{4}-x\right)$ எனக் காட்டி, **இதிலிருந்து,** $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1+\sin 2x}\,\mathrm{d}x = 1$ எனக் காட்டுக.

(*c*) $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x^2\cos 2x}{(1+\sin 2x)^2}\,\mathrm{d}x$ எனக் கொள்வோம். பகுதிகளாகத் தொகையிடலைப் பயன்படுத்தி, $I = -\dfrac{\pi^2}{8}+J$ எனக் காட்டுக; இங்கு $J = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{1+\sin 2x}\,\mathrm{d}x$.

தொடர்பு $\displaystyle\int_0^a f(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^a f(a-x)\,\mathrm{d}x$ ஐயும் (*b*) இல் உள்ள பேறையும் பயன்படுத்தி J இன் பெறுமானத்தைக் கண்டு, $I = \dfrac{\pi}{8}(2-\pi)$ எனக் காட்டுக.

16. $P \equiv (x_0, y_0)$ எனவும் l ஆனது $ax+by+c=0$ இனால் தரப்படும் நேர்கோடு எனவும் கொள்வோம். P இலிருந்து l இற்கு உள்ள செங்குத்துத் தூரம் $\dfrac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ எனக் காட்டுக.

l_1, l_2 ஆகியன முறையே $4x-3y+8=0, 3x-4y+13=0$ ஆகியவற்றினால் தரப்படும் இரு நேர்கோடுகளெனக் கொள்வோம். l_1 உம் l_2 உம் $A \equiv (1, 4)$ இல் இடைவெட்டுகின்றனவெனக் காட்டுக.

l_1 இற்கும் l_2 இற்குமிடையே உள்ள கூர்ங்கோணத்தின் இருகூறாக்கியின் பரமானச் சமன்பாடுகளை $x = t$, $y = t+3$ என எழுதலாம் எனவும் காட்டுக; இங்கு $t \in \mathbb{R}$.

இதிலிருந்து, l_1, l_2 ஆகிய இரு கோடுகளையும் தொடுவதும் l_1 இற்கும் l_2 இற்குமிடையே கூர்ங்கோணம் அடங்கும் பிரதேசத்தில் இருப்பதுமான வட்டம் எதனதும் சமன்பாடு $(x-t)^2+(y-t-3)^2 = \dfrac{1}{25}(t-1)^2$ இனால் தரப்படுமெனக் காட்டுக; இங்கு $t \in \mathbb{R}, t \neq 1$.

மேற்குறித்த வட்டங்களிடையே A ஐ மையமாகக் கொண்டதும் ஆரை 1 ஐ உடையதுமான வட்டத்தை நிமிர்கோணமுறையாக இடைவெட்டும் வட்டங்களின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

PAPERMASTER.LK

[பக். 10 ஐப் பார்க்க

17. (a) $\cos(A+B)$ ஐ $\cos A, \cos B, \sin A, \sin B$ ஆகியவற்றில் எழுதி, $\sin(A-B)$ இற்கு ஓர் இயல்பொத்த கோவையைப் பெறுக.

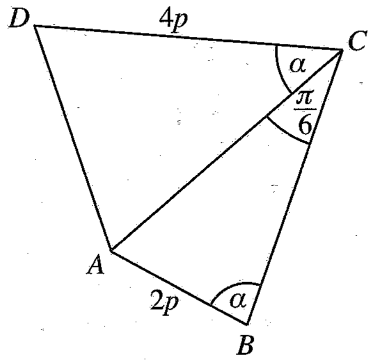
$k \in \mathbb{R}$ எனவும் $k \neq 1$ எனவும் கொள்வோம். $k > 1, k < 1$ என்னும் வகைகளை வெவ்வேறாகக் கருதிக்கொண்டு $2k\cos\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)+2\sin\left(\theta-\frac{\pi}{6}\right)$ ஐ வடிவம் $R\cos(\theta+\alpha)$ இல் எடுத்துரைக்க; இங்கு k இல் $R(>0)$ உம், $\alpha(0<\alpha<2\pi)$ உம் துணியப்பட வேண்டிய மெய்ம் மாறிலிகளாகும்.

இதிலிருந்து, $2k\cos\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)+2\sin\left(\theta-\frac{\pi}{6}\right)=|k-1|$ ஐத் தீர்க்க.

(b) உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ள நாற்பக்கல் $ABCD$ இல் $AB=2p$, $CD=4p$, $A\hat{C}B=\frac{\pi}{6}$, $A\hat{B}C=A\hat{C}D=\alpha$ ஆகும்.

$AD^2=16p^2(\sin^2\alpha-\sin 2\alpha+1)$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $AD=4p$ எனின், $\alpha=\tan^{-1}(2)$ எனக் காட்டுக.



(c) $x>1$ இற்கு $\tan^{-1}(\ln x^{\frac{2}{3}})+\tan^{-1}(\ln x)+\tan^{-1}(\ln x^2)=\frac{\pi}{2}$ ஐத் தீர்க்க.

***

PAPERMASTER.LK

8580

AL/2022(2023)/10/T-II

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2022(2023)
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2022(2023)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2022(2023)

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

10 T II

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time - 10 minutes

வினாத்தாளை வாசித்து, வினாக்களைத் தெரிவுசெய்வதற்கும் விடை எழுதும்போது முன்னுரிமை வழங்கும் வினாக்களை ஒழுங்கமைத்துக் கொள்வதற்கும் மேலதிக வாசிப்பு நேரத்தைப் பயன்படுத்துக.

சுட்டெண் | | | | | | | |

அறிவுறுத்தல்கள் :

※ இவ்வினாத்தாள் **பகுதி A** (வினாக்கள் 1 - 10), **பகுதி B** (வினாக்கள் 11 - 17) என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டது.

※ **பகுதி A :**
எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்குமுரிய உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.

※ **பகுதி B :**
ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக. உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள தாள்களில் எழுதுக.

※ ஒதுக்கப்பட்டுள்ள நேரம் முடிவடைந்ததும் **பகுதி A** இன் விடைத்தாளானது **பகுதி B** இன் விடைத்தாள்களுக்கு மேலே இருக்கத்தக்கதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.

※ வினாத்தாளின் **பகுதி B ஐ மாத்திரம்** பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

※ இவ்வினாத்தாளில் g ஆனது புவியீர்ப்பினாலான ஆர்முடுகலைக் குறிக்கின்றது.

பரீட்சகர்களின் உபயோகத்திற்கு மாத்திரம்

(10) இணைந்த கணிதம் II		
பகுதி	வினா எண்	புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	மொத்தம்	

மொத்தம்

இலக்கத்தில்	
எழுத்தில்	

குறியீட்டெண்கள்

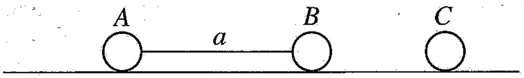
விடைத்தாள் பரீட்சகர்		
பரிசீலித்தவர்:	1	
	2	
மேற்பார்வை செய்தவர்		

PAPERMASTER.LK

[பக். 2 ஐப் பார்க்க

பகுதி A

1. ஒவ்வொன்றும் திணிவு m ஐ உடைய A, B, C என்னும் மூன்று துணிக்கைகள் ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசை மீது ஒரு நேர்கோட்டில் A உம் B உம் ஒன்றுக்கொன்று தூரம் a இல் இருக்குமாறு நீளம் a ஐ உடைய ஓர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையினால் தொடுக்கப்பட்டு உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு வைக்கப்பட்டுள்ளன.



துணிக்கை B இற்கு $\overrightarrow{AB}$ இன் திசையில் ஒரு கணத்தாக்கு, அக் கணத்தாக்கிற்குச் சற்றுப் பின்னர் B இன் வேகம் u ஆக இருக்குமாறு, கொடுக்கப்படுகின்றது. C உடன் மோதி உடனடியாகப் பின்னர் B இன் வேகம் $\overrightarrow{AB}$ இன் திசையில் $\frac{1}{2}(1-e)u$ எனக் காட்டுக; இங்கு e ஆனது B இற்கும் C இற்குமிடையே உள்ள மீளமைவுக் குணகமாகும். இம்மோதுகைக்குப் பின்னர் A ஆனது B உடன் மோதுவதற்கு எடுக்கும் நேரத்தையும் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

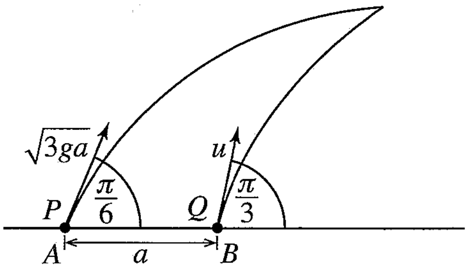
....

....

....

....

2. A, B ஆகியன ஒரு கிடைத் தரை மீது $AB = a$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக உள்ள இரு புள்ளிகளாகும். P, Q என்னும் இரு துணிக்கைகள் முறையே A, B ஆகிய புள்ளிகளிலிருந்து ஒரே கணத்திலும் கோடு AB அடங்கும் நிலைக்குத்துத் தளத்திலும் நேரம் T இற்குப் பின்னர் வெளியில் உள்ள ஒரு புள்ளியில் ஒன்றோடொன்று மோதுமாறு, எறியப்படுகின்றன. P, Q ஆகியவற்றின் தொடக்க வேகங்கள் உருவில் தரப்பட்டுள்ளன. $u = \sqrt{ga}$ எனக் காட்டி, T ஐ a, g ஆகியவற்றில் காண்க.



....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

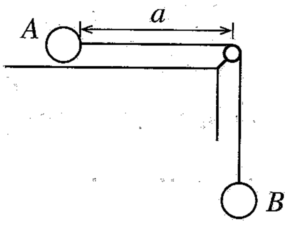
....

....

....

PAPERMASTER.LK

3. முறையே $m, 3m$ என்னும் திணிவுகளை உடைய A, B என்னும் இரு துணிக்கைகள் ஓர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையின் நுனிகளுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. துணிக்கை A ஒரு கிடை மேசை மீது ஓய்வில் வைக்கப்பட்டிருக்கும் அதே வேளை மேசையின் விளிம்பிற் பொருத்தப்பட்ட ஒரு சிறிய ஒப்பமான கப்பி மீது இழை இடப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை B கப்பிக்கு நிலைக்குத்தாகக் கீழே தொங்குகின்றது. துணிக்கை A ஆனது கப்பியிலிருந்து தூரம் a இல் இருக்கும்போது தொகுதி ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது. பின்னர் நடைபெறும் இயக்கத்தில் A மீது பருமன் $\frac{1}{2}mg$ ஐ உடைய ஒரு மாறா உராய்வு விசை தாக்குகின்றது. A இன் ஆர்முடுகலைக் காண்க.



A ஆனது கப்பியை அடையும்போது A இன் கதியையும் காண்க.

4. திணிவு 1500 kg ஐ உடைய ஒரு கார் ஒரு மாறா வலு 80 kW உடன் தொழிற்பட்டு ஒரு மாறாத் தடைக்கெதிரே ஒரு கிடை வீதி மீது இயங்குகின்றது. கார் $20\ \text{m s}^{-1}$ கதியுடன் இயங்கும்போது அதன் ஆர்முடுகல் $2\ \text{m s}^{-2}$ ஆகும். கார் கிடையுடன் $\sin^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ சாய்வுள்ள ஒரு வீதி வழியே மேல்நோக்கி $8\ \text{m s}^{-1}$ கதியில் அதே மாறா வலுவுடன் தொழிற்பட்டு அதே மாறாத் தடைக்கெதிரே இயங்கும்போது அதன் ஆர்முடுகலைத் துணிவதற்குப் போதிய சமன்பாடுகளைப் பெறுக.

PAPERMASTER.LK

[பக். 4 ஐப் பார்க்க

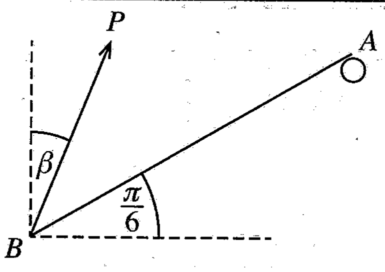
5. நீளம் a ஐ உடைய ஓர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையின் ஒரு நுனி ஒரு நிலைத்த புள்ளியுடனும் மற்றைய நுனி திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கையுடனும் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. துணிக்கை மாறாக் கோணக் கதி ω உடன் ஒரு கிடை வட்டத்தில் இயங்குகின்றது. இழை கீழ்முக நிலைக்குத்துடன் ஒரு கோணம் $\theta\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$ ஐ ஆக்குகின்றது. $\omega>\sqrt{\frac{g}{a}}$ எனக் காட்டுக.

6. வழக்கமான குறிப்பீட்டில், ஒரு நிலைத்த உற்பத்தி O குறித்து A, B என்னும் இரு புள்ளிகளின் தானக் காவிகள் முறையே $3\mathbf{i}+2\mathbf{j}$, $2\mathbf{i}+4\mathbf{j}$ ஆகும். O, A, B ஆகியன ஒரே கோட்டில் இருப்பதில்லையெனக் காட்டுக. C ஆனது $\overrightarrow{BC}=\lambda\overrightarrow{OA}$ ஆக இருக்குமாறு உள்ள புள்ளியெனக் கொள்வோம்; இங்கு $\lambda\in\mathbb{R}$ ஆகும். $\overrightarrow{OC}$ ஐ $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \lambda$ ஆகியவற்றில் காண்க.

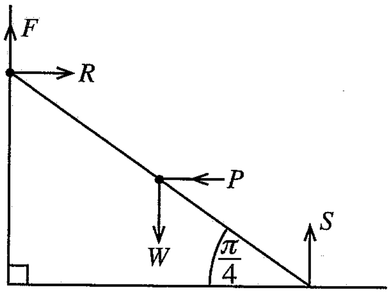
$B\hat{O}C=\frac{\pi}{2}$ எனின், $\lambda=-\frac{10}{7}$ எனக் காட்டுக.

PAPERMASTER.LK

7. உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு ஒரு சீரான கோல் AB அதன் மேல் முனை A ஓர் ஒப்பமான முளை மீது தங்கியிருக்க அதன் கீழ் முனை B இல் நிலைக்குத்துடன் ஒரு கோணம் β ஐ ஆக்கும் ஒரு விசை P ஐப் பிரயோகிப்பதன் மூலம் நாப்பத்தில் வைத்திருக்கப்படுகின்றது. கோல் கிடையுடன் ஒரு கோணம் $\frac{\pi}{6}$ ஐ ஆக்குகின்றது. $\tan\beta = \frac{\sqrt{3}}{5}$ எனக் காட்டுக.



8. உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு நிறை W ஐயும் நீளம் $2a$ ஐயும் உடைய ஒரு சீரான ஏணி ஒரு கரடான நிலைக்குத்துச் சுவருக்கெதிரே அதன் கீழ் முனை ஓர் ஒப்பமான கிடைத் தரை மீது இருக்க ஏணியின் நடுப் புள்ளியிற் பிரயோகிக்கப்படும் P பருமனுள்ள ஒரு கிடை விசையின் மூலம் நாப்பத்தில் வைத்திருக்கப்படுகின்றது. ஏணி தரையுடன் ஒரு கோணம் $\frac{\pi}{4}$ ஐ ஆக்குகின்றது. ஏணிக்கும் சுவருக்குமிடையே உள்ள உராய்வுக் குணகம் $\frac{1}{6}$ ஆகும். $\frac{3W}{4} \le P \le \frac{3W}{2}$ எனக் காட்டுக.



PAPERMASTER.LK

9. A, B ஆகியன ஒரு மாதிரி வெளி Ω இன் இரு நிகழ்வுகளெனக் கொள்வோம். $P(A)=\frac{2}{7}$, $P(A\cup B)=\frac{11}{14}$, $P(A'\cup B')=\frac{4}{5}$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது. $P(B)$ ஐக் கண்டு, A, B ஆகியன சாரா நிகழ்வுகளெனக் காட்டுக.

10. ஒரு பரீட்சையில் 100 மாணவர்கள் பெற்ற புள்ளிகளின் இடையும் நியம விலகலும் முறையே 60, 20 ஆகும். இப்பரீட்சையில் 56 புள்ளிகளைப் பெற்ற ஒரு மாணவனின் z- புள்ளியைக் காண்க.

இந்தப் புள்ளி 56 தவறாகப் பதியப்பட்டுள்ளது எனவும் அதற்குப் பதிலாக 65 இருத்தல் வேண்டும் எனவும் பின்னர் காணப்பட்டது. இப்பரீட்சையில் பெறப்பட்ட புள்ளிகளின் இடையின் சரியான பெறுமானத்தைக் காண்க.

PAPERMASTER.LK

**

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2022(2023)
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2022(2023)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2022(2023)

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

10 T II

பகுதி B

* **ஐந்து** வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.

(இவ்வினாத்தாளில் g ஆனது புவியீர்ப்பினாலான ஆர்முடுகலைக் குறிப்பிடுகின்றது.)

11. (*a*) ஒரு நேர்க் கிடை வீதியில் உள்ள ஒரு புள்ளி O இல் ஓய்விலிருந்து பயணத்தை ஆரம்பிக்கும் ஒரு கார் P மாறா ஆர்முடுகல் $2f$ m s^{-2} உடன் அவ்வீதி மீதுள்ள புள்ளி A வரைக்கும் இயங்குகின்றது. இங்கு $OA = a$ m ஆகும். அது A இல் பெற்ற வேகத்தைப் பயணத்தின் எஞ்சிய பகுதி பூராகவும் பேணுகின்றது. கார் P ஆனது புள்ளி A ஐ அடையும் கணத்தில் வேறொரு கார் Q அதே வீதியில் அதே திசையில் புள்ளி O இல் ஓய்விலிருந்து பயணத்தை ஆரம்பித்து மாறா ஆர்முடுகல் f m s^{-2} உடன் இயங்குகின்றது. P, Q ஆகியவற்றின் இயக்கத்திற்கான வேக - நேர வரைபுகளை ஒரே உருவில் பரும்படியாக வரைக.

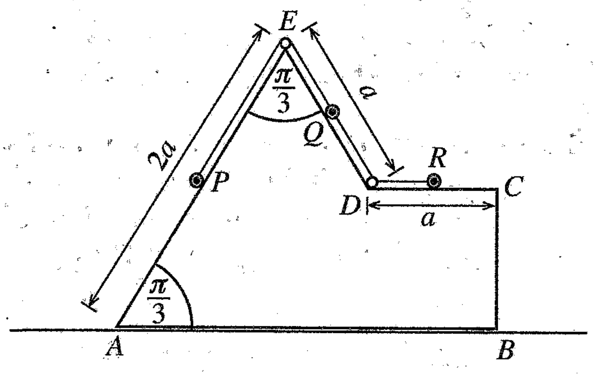
இதிலிருந்து, P, Q ஆகியவற்றின் வேகங்கள் சமமாக இருக்கும் கணம் வரைக்கும் Q எடுக்கும் நேரம் $2\sqrt{\dfrac{a}{f}}$ s எனக் காட்டுக.

இப்போது $a = 50, f = 2$ எனவும் கார் Q ஆனது கார் P ஐக் கடக்கும் வீதியில் உள்ள புள்ளி B எனவும் கொள்வோம். $AB = 50\left(5+2\sqrt{6}\right)$ m எனக் காட்டுக.

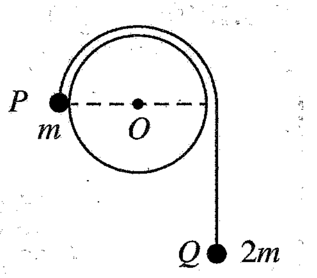
(*b*) ஒரு கப்பல் P ஆனது புவி தொடர்பாகச் சீரான கதி 60 m s^{-1} உடன் தெற்கு நோக்கிச் செல்லும் அதே வேளை ஒரு கப்பல் Q ஆனது புவி தொடர்பாகச் சீரான கதி $30\sqrt{3}$ m s^{-1} உடன் கிழக்கு நோக்கிச் செல்கிறது. ஒரு மூன்றாவது கப்பல் R ஆனது P இலிருந்து நோக்கப்படும்போது கிழக்கின் 30° வடக்குத் திசையில் இயங்குவதாகத் தோற்றும் அதே வேளை கப்பல் R ஆனது Q இலிருந்து நோக்கப்படும்போது தெற்கு நோக்கி இயங்குவதாகத் தோற்றுகின்றது. கப்பல் R ஆனது புவி தொடர்பாகக் கதி 60 m s^{-1} உடன் கிழக்கின் 30° தெற்குத் திசையில் இயங்குகின்றதெனக் காட்டுக.

ஆரம்பத்தில் கப்பல் R ஆனது P இலிருந்து 24 km அப்பால் மேற்கின் 60° தெற்குத் திசையிலும் Q இலிருந்து 6 km அப்பால் மேற்குத் திசையிலும் இருக்கின்றனவெனக் கொள்க. P உம் R உம் மிகக் குறுகிய இடைத்தூரத்தில் இருக்கும்போது Q இற்கும் R இற்குமிடையே உள்ள தூரம் 12 km எனக் காட்டுக.

12. (*a*) திணிவு $4m$ ஐ உடைய ஓர் ஒப்பமான சீரான குற்றியின் புவியீர்ப்பு மையத்தினூடாகவுள்ள நிலைக்குத்துக் குறுக்குவெட்டு $ABCDE$ உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளது. AB ஐக் கொண்டுள்ள முகம் ஓர் ஒப்பமான கிடை நிலத்தின் மீது வைக்கப்பட்டுள்ளது. AE உம் ED உம் அவற்றைக் கொண்டுள்ள முகங்களின் அதியுயர் சரிவுக் கோடுகளாகும். மேலும் $AE = 2a$, $ED = a$, $DC = a$, $E\hat{A}B = A\hat{E}D = \dfrac{\pi}{3}$. முறையே $3m, 2m, m$ திணிவுகளை உடைய P, Q, R என்னும் மூன்று துணிக்கைகள் AE, ED, DC ஆகியவற்றின் நடுப்புள்ளிகளில் வைக்கப்பட்டுள்ளன. P, Q ஆகிய துணிக்கைகள் E இல் குற்றியில் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ள ஓர் ஒப்பமான இலேசான சிறிய கப்பிக்கு மேலாகச் செல்லும் ஓர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையின் இரு நுனிகளுடனும் Q, R ஆகிய துணிக்கைகள் D இல் குற்றியில் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ள ஓர் ஒப்பமான இலேசான சிறிய வளையத்தினூடாகச் செல்லும் வேறோர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையின் இரு நுனிகளுடனும் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ள அமைவில் இழை இறுக்கமாக இருக்கும் அதே வேளை இந்த அமைவில் தொகுதி ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது. துணிக்கை Q ஆனது E ஐ அடைவதற்கு எடுக்கும் நேரத்தைத் துணிவதற்குப் போதிய சமன்பாடுகளைப் பெறுக.

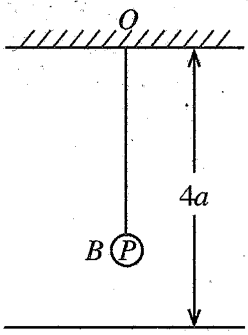


(*b*) ஆரை a ஐ உடைய ஓர் உருளை அதன் அச்சு கிடையாக இருக்குமாறு நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. அதன் அச்சுக்குச் செங்குத்தான உருளையின் ஒரு நிலைக்குத்துக் குறுக்குவெட்டு அருகில் உள்ள உருவில் தரப்பட்டுள்ளது. ஓர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையினால் இணைக்கப்பட்ட முறையே m, $2m$ திணிவுள்ள P, Q என்னும் இரு துணிக்கைகள் இழை இறுக்கமாகவும் OP கிடையாகவும் இருக்க உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ள அமைவில் வைத்திருக்கப்பட்டு ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றன. துணிக்கை Q நிலைக்குத்தாகக் கீழ்நோக்கி இயக்குகின்றதெனக் கொண்டு $\overrightarrow{OP}$ ஆனது கோணம் θ $\left(0 \le \theta \le \frac{\pi}{6}\right)$ இனூடாகத் திரும்பும்போது துணிக்கை P இன் கதி v ஆனது $v^2 = \frac{2ga}{3}(2\theta - \sin\theta)$ இனால் தரப்படுமெனக் காட்டுக.



$\theta = \frac{\pi}{6}$ ஆக இருக்கும்போது இழை வெட்டப்படும் அதே வேளை துணிக்கை Q உருளையின் மீது இயங்கி உருளையின் அதியுயர் புள்ளியை அடைவதற்கு முன்னர் கணநிலை ஓய்வுக்கு வருமெனத் தரப்பட்டுள்ளது. பின்னர் நடைபெறும் இயக்கத்தில் P அதன் தொடக்க அமைவிற்கு நிலைக்குத்தாகக் கீழே தூரம் a இல் இருக்கும்போது P இன் கதியைக் காண்க.

13. இயற்கை நீளம் $2a$ ஐயும் மீள்தன்மை மட்டு $2mg$ ஐயும் உடைய ஓர் இலேசான மீள்தன்மை இழையின் ஒரு நுனி ஓர் ஒப்பமான கிடை நிலத்திற்கு மேலே தூரம் $4a$ இல் இருக்கும் ஒரு நிலைத்த புள்ளி O உடனும் மற்றைய நுனி திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை P உடனும் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. துணிக்கை P ஆனது B இலே நாப்பத்தில் சுயாதீனமாகத் தொங்குகின்றது. இழையின் நீட்சி a எனக் காட்டுக.



இப்போது துணிக்கை P இற்கு ஒரு கணத்தாக்கு mv நிலைக்குத்தாகக் கீழ்நோக்கிக் கொடுக்கப்படுகின்றது. P இன் இயக்கச் சமன்பாடு $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$ எனக் காட்டுக, இங்கு $\omega = \sqrt{\frac{g}{a}}$ உம் $BP = x$ உம் ஆகும்.

c வீச்சமாக இருக்கும் சூத்திரம் $\dot{x}^2 = \omega^2(c^2 - x^2)$ ஐப் பயன்படுத்தி, $v > \sqrt{ag}$ எனின், துணிக்கை P ஆனது நிலத்திற் படுமெனக் காட்டுக.

இப்போது $v = 3\sqrt{ag}$ எனக் கொள்வோம்.

P ஆனது நிலத்தை அடிக்கும் வேகத்தைக் காண்க.

P இற்கும் நிலத்திற்குமிடையே உள்ள மீளமைவுக் குணகம் e ஆகும். $e < \frac{1}{\sqrt{2}}$ எனின், துணிக்கை P ஆனது O ஐ அடையமாட்டாதெனக் காட்டுக.

$e = \frac{1}{2}$ எனத் தரப்படுமெனின், இழை முதல் தடவை தளர்வுறும்போது P இன் வேகத்தைக் காண்க.

B இல் P இற்குக் கணத்தாக்கைக் கொடுத்த கணத்திலிருந்து அது முதல் தடவை கணநிலை ஓய்வுக்கு வருவதற்கு எடுக்கும் மொத்த நேரத்தைக் காண்க.

14. (*a*) A, B, C, D என்னும் நான்கு புள்ளிகளின் தானக் காவிகள் ஒரு நிலைத்த உற்பத்தி O ஐக் குறித்து முறையே $\mathbf{a}, \mathbf{b}, 3\mathbf{a}, 4\mathbf{b}$ ஆகும்; இங்கு $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ ஆகியன பூச்சியமல்லாத, சமாந்தரமல்லாத காவிகளாகும். E ஆனது AD இனதும் BC இனதும் வெட்டுப் புள்ளியாகும். முக்கோணி OAE இற்கு முக்கோணிக் கூட்டல் விதியைப் பயன்படுத்தி $\lambda \in \mathbb{R}$ இற்கு $\overrightarrow{OE} = \mathbf{a} + \lambda(4\mathbf{b} - \mathbf{a})$ எனக் காட்டுக.

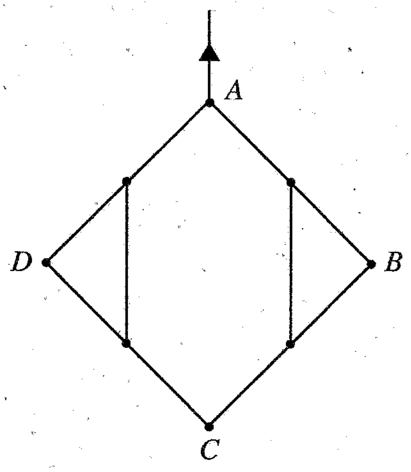
இவ்வாறே $\mu \in \mathbb{R}$ இற்கு, $\overrightarrow{OE} = \mathbf{b} + \mu(3\mathbf{a} - \mathbf{b})$ எனவும் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $\overrightarrow{OE} = \frac{1}{11}(9\mathbf{a} + 8\mathbf{b})$ எனக் காட்டுக.

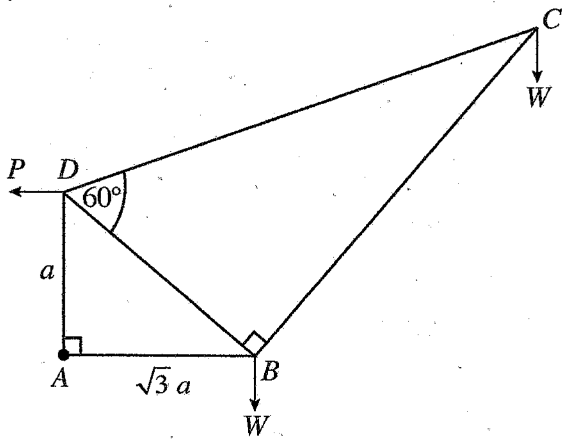
PAPERMASTER.LK

(*b*) $\alpha\mathbf{i} + 2\mathbf{j}, -3\mathbf{i} + \beta\mathbf{j}, \mathbf{i} + 5\mathbf{j}$ என்னும் மூன்று விசைகள் முறையே $\mathbf{i} + \mathbf{j}, 3\mathbf{i} + \mathbf{j}, 2\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ என்னும் தானக் காவிகளை உடைய புள்ளிகளினூடாகத் தாக்குகின்றன; இங்கு $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. இவ்விசைத் தொகுதி ஓர் இணைக்குச் சமவலுவுள்ளதெனத் தரப்பட்டுள்ளது. α, β ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களையும் இவ்விணையின் திருப்பத்தையும் காண்க.
இப்போது உற்பத்தி O இனூடாகத் தாக்கும் ஒரு புதிய விசை $3\gamma\mathbf{i} + 4\gamma\mathbf{j}$ ஆனது மேற்குறித்த விசைத் தொகுதியுடன் சேர்க்கப்படுகின்றது; இங்கு $\gamma > 0$. நான்கு (4) விசைகளைக் கொண்ட புதிய விசைத் தொகுதி ஒரு விளையுள் விசைக்குச் சமவலுவுள்ளதெனக் காட்டி, அதன் பருமன், திசை, அதன் தாக்கக் கோட்டின் சமன்பாடு ஆகியவற்றைக் காண்க.
அடுத்ததாகத் தானக் காவி $2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ ஐக் கொண்ட புள்ளியினூடாகத் தாக்கும் ஒரு விசை $p\mathbf{i} + q\mathbf{j}$ சேர்க்கப்படும்போது 5 விசைகளைக் கொண்ட இத்தொகுதி நாப்பத்தில் இருக்கின்றதெனத் தரப்பட்டுள்ளது. γ, p, q ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

15. (*a*) ஒவ்வொன்றும் நீளம் $2a$ ஐயும் நிறை W ஐயும் உடைய AB, BC, CD, DA என்னும் நான்கு சீரான கோல்கள் A, B, C, D ஆகிய அவற்றின் முனைகளில் ஒப்பமாக மூட்டப்பட்டுள்ளன. AB, BC ஆகியவற்றின் நடுப்புள்ளிகள் நீளம் a ஐ உடைய ஓர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையினால் தொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இவ்வாறே AD, DC ஆகியவற்றின் நடுப்புள்ளிகளும் நீளம் a ஐ உடைய ஓர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையினால் தொடுக்கப்பட்டுள்ளன. தொகுதி புள்ளி A இலிருந்து ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்தில் தொங்கவிடப்பட்டு, உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு நாப்பத்தில் இருக்கின்றது. இழைகளில் உள்ள இழுவைகளையும் BC இனால் AB மீது மூட்டு B இற் பிரயோகிக்கப்படும் மறுதாக்கத்தையும் காண்க.



(*b*) உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ள சட்டப்படல் முனைகளில் ஒப்பமாக இணைக்கப்பட்ட AB, BC, CD, DA, DB என்னும் ஐந்து இலேசான கோல்களைக் கொண்டுள்ளது. $AD = a, AB = \sqrt{3}\,a$, $B\hat{A}D = 90°$, $C\hat{B}D = 90°$, $B\hat{D}C = 60°$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது. B, C ஆகிய மூட்டுகள் ஒவ்வொன்றிலும் ஒரு சுமை W தொங்கவிடப்பட்டுச் சட்டப்படல் A இல் ஒரு நிலைத்த புள்ளியுடன் ஒப்பமாகப் பிணைக்கப்பட்டு AB கிடையாக இருக்க மூட்டு D இற் பிரயோகித்த ஒரு கிடை விசை P இனால் ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்திலே நாப்பத்தில் வைக்கப்படுகின்றது.

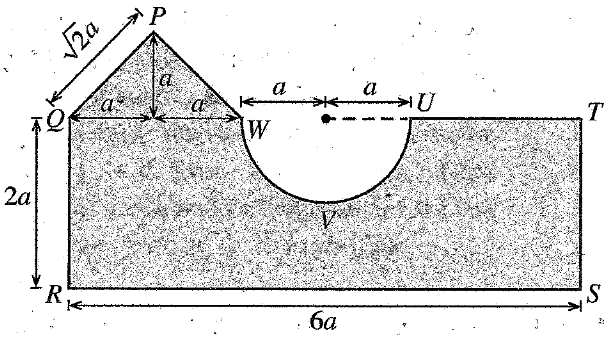


(i) P இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
(ii) போவின் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி, C, B, D ஆகிய மூட்டுகளுக்கு ஒரு தகைப்பு வரிப்படத்தை வரைக.
இதிலிருந்து, கோல்களில் உள்ள தகைப்புகளை, அவை இழுவைகளா, உதைப்புகளா எனக் குறிப்பிட்டு, காண்க.

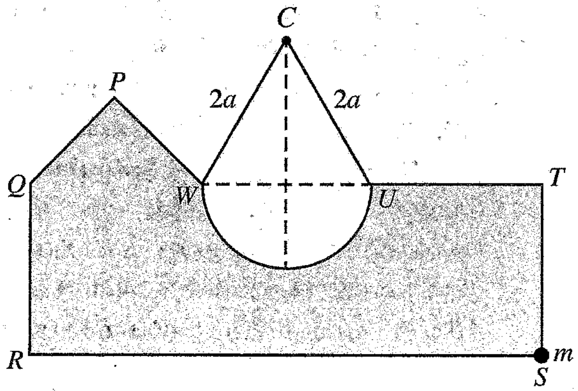
PAPERMASTER.LK

16. ஆரை r ஐ உடையதும் O ஐ மையமாகக் கொண்டதுமான ஒரு சீரான அரைவட்ட அடரின் திணிவு மையமானது O இலிருந்து தூரம் $\frac{4r}{3\pi}$ இல் இருக்கின்றதெனக் காட்டுக.

உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு செவ்வகம் $QRST$ இலிருந்து ஆரை a ஐ உடைய ஓர் அரைவட்டத்தை அகற்றிச் சமபக்க நீளங்கள் $\sqrt{2}a$ ஐ உடைய ஓர் இருசமபக்க முக்கோணி PQW ஐச் சேர்த்துப் பரப்படர்த்தி σ ஐ உடைய ஒரு சீரான மெல்லிய தகட்டுலோகத்திலிருந்து ஒரு தள அடர் செய்யப்பட்டுள்ளது. $QR = 2a$, $RS = 6a$, $QW = 2a$. இவ்வடரின் திணிவு மையம் QR இலிருந்து தூரம் $\overline{x}$ இலும் RS இலிருந்து தூரம் $\overline{y}$ இலும் உள்ளது. $\overline{x} = \frac{(74-3\pi)}{(26-\pi)}a$ எனவும் $\overline{y} = \frac{2(15-\pi)}{(26-\pi)}a$ எனவும் காட்டுக.



அருகில் உள்ள உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு S இல் திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை பொருத்தப்பட்ட மேற்குறித்த அடர் ஒரு சிறிய ஒப்பமான நிலைத்த முளை C மீது செல்லும் U, W ஆகியவற்றுடன் நுனிகள் இணைக்கப்பட்ட நீளம் $4a$ ஐ உடைய ஓர் இலேசான நீட்ட முடியாத இழையிலிருந்து பக்கம் RS கிடையாக இருக்க நாப்பத்தில் தொங்குகின்றது. m இன் பெறுமானத்தையும் இழையின் இழுவையையும் a, σ ஆகியவற்றிற் காண்க.



17. (a) B_1, B_2, B_3, B_4 என்னும் நான்கு சர்வசமப் பெட்டிகள் ஒவ்வொன்றிலும் நிறத்தைத் தவிர எல்லா அம்சங்களிலும் சர்வசமனான 4 பேனைகள் உள்ளன. $k = 1, 2, 3, 4$ இற்கு ஒவ்வொரு பெட்டி B_k இலும் k சிவப்புப் பேனைகளும் $4-k$ கறுப்புப் பேனைகளும் உள்ளன. நான்கு பெட்டிகளிலுமிருந்து ஒரு பெட்டி எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுக்கப்பட்டு, அப்பெட்டியிலிருந்து 2 பேனைகள் வெளியே எடுக்கப்படுகின்றன.

(i) வெளியே எடுத்த இரு பேனைகளும் சிவப்புப் பேனைகளாக இருப்பதற்கான

(ii) வெளியே எடுத்த இரு பேனைகளும் சிவப்புப் பேனைகளெனத் தரப்படும்போது அவ்விரு பேனைகளையும் பெட்டி B_4 இலிருந்து வெளியே எடுப்பதற்கான

நிகழ்தகவைக் காண்க.

(b) $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}, \{y_1, y_2, \ldots, y_m\}$ என்னும் தரவுத் தொடைகளுக்கு ஒரே இடை இருக்கும் அதே வேளை அவற்றின் நியம விலகல்கள் முறையே, σ_x, σ_y ஆகும். சேர்ந்த தரவுத் தொடை $\{x_1, \ldots, x_n, y_1, \ldots, y_m\}$ இன் மாறற்றிறன் $\frac{n\sigma_x^2 + m\sigma_y^2}{n+m}$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக.

ஒரு தொழிற்சாலையில் உற்பத்தி செய்யப்படும் சுரையாணிகளின் விட்டங்கள் பின்வரும் அட்டவணையில் பொழிப்பாக்கப்பட்டுள்ளன:

விட்டம் (mm)	சுரையாணிகளின் எண்ணிக்கை (ஆயிரங்களில்)
2 – 6	2
6 – 10	5
10 – 14	8
14 – 18	4
18 – 22	1

மேலே தரப்பட்ட பரம்பலின் இடை, இடையம், மாறற்றிறன் ஆகியவற்றை மதிப்பிடுக.

PAPERMASTER.LK

ஓர் அயற் தொழிற்சாலையினால் உற்பத்தி செய்யப்பட்ட வேறு 40 000 சுரையாணிகளின் விட்டங்களுக்கு அதே இடை இருக்கும் அதே வேளை மாறற்றிறன் $22.53\ \text{mm}^2$ ஆகும். இரு தொழிற்சாலைகளினாலும் உற்பத்தி செய்யப்படும் சுரையாணிகளின் விட்டங்களின் இணைந்த மாறற்றிறனை மதிப்பிடுக.

***